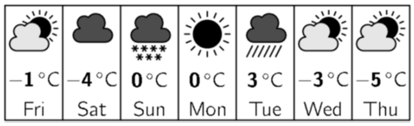
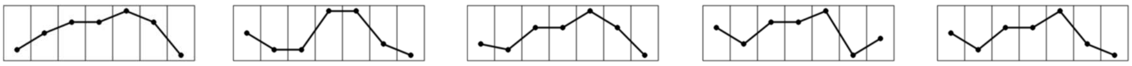
Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny 2021
Feladatok 11-12. osztályosok részére

Nemzeti Tehetség Program

3 pontos feladatok

1. Julcsi megnézte a mobiltelefonja időjárás-applikációján a következő hét nap előrejelzését, ezt látod a jobb oldali ábrán. Melyik diagram mutatja helyesen a hőmérséklet változását ezen az hét napon?





A) B) C) D) E)

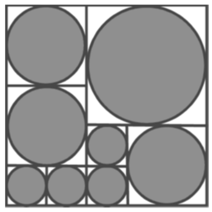
2. Hány egész szám van a $\left[20-\sqrt{21}; 20+\sqrt{21}\right]$ zárt intervallumban?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. Egy 1 cm élhosszúságú kockát két egybevágó téglatestre vágtunk. Hány négyzetcentiméter az egyik téglatest felszíne?

A) 1,5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Egy nagy négyzetet kisebb négyzetekre daraboltunk, majd a darabolás során kapott négyzetek mindegyikének megrajzoltuk a beírt körét (lásd ábra). Hányadrésze a szürke körök területének összege a nagy négyzet területének?



A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{13\pi}{16}$ C) $\frac{3}{\pi}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

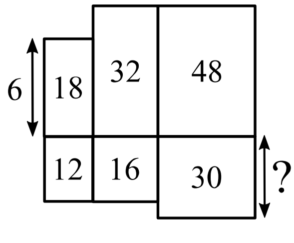
5. Egy ünnepnapon egyenletesen, ugyanabból az irányból fújt a szél. Ha észak felől néztem a város főterén álló függőleges zászlórudat, a zászlót a rúdtól jobbra láttam lobogni. Ha kelet felől néztem a zászlórudat, akkor is a rúdtól jobbra láttam a zászlót lobogni. Melyik irányból fújt a szél?

A) nyugat felől B) északkelet felől C) délkelet felől
D) északnyugat felől E) délnyugat felől

6. Egy téglalap alakú papírlap oldalainak hossza x és y, ahol $x > y$. A papírlapból kétféleképpen is lehet hengerpalástot hajtani. Hányszorosa az így előállítható magasabb henger térfogata az alacsonyabb henger térfogatának?

A) $\frac{y^2}{x^2}$ B) $\frac{y}{x}$ C) 1 D) $\frac{x}{y}$ E) $\frac{x^2}{y^2}$

7. Hat téglalap négyzetcentiméterben mért területét jelöltük az ábrán. Azt is jelöltük, hogy a bal felső téglalap egyik oldala 6 cm hosszú. Hány centiméter hosszú a jobb alsó téglalap kérdőjellel jelölt oldala?



A) 4 B) 5 C) 6
D) 7,5 E) 10

8. Hány olyan háromjegyű, hárommal osztható pozitív egész szám van, amelynek mindegyik számjegye 1, 3 vagy 5?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

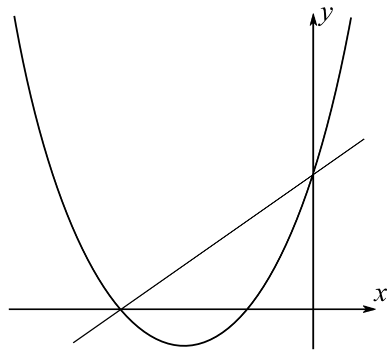
9. Egy háromszög csúcsai az $A(n;k)$, a $B(3n;k)$ és a $C(2n;3k)$ pontok, ahol n és k pozitív valós számok. Hány területegység az ABC háromszög területe?

A) $\frac{nk}{2}$ B) nk C) $2nk$ D) $3nk$ E) $4nk$

10. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben ha az első és az utolsó számjegyet felcseréljük, akkor a szám értéke 99-cel nő?

A) 8 B) 64 C) 72 D) 80 E) 90

4 pontos feladatok



11. Az ábrán látható parabola az $f(x)=ax^2+bx+c$ függvény grafikonja, ahol a, b és c különböző valós számok. Melyik függvény grafikonja lehet az ábrán látható egyenes?

A) $g(x)=bx+c$ B) $g(x)=cx+b$

C) $g(x)=ax+b$ D) $g(x)=ax+c$

E) $g(x)=cx+a$

12. Hányadrésze páratlan a 7! pozitív osztóinak? ($7!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7$)

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

13. Pisti leírta tetszőleges sorrendben az 1000 legkisebb pozitív egész számot. Zoli a lista első és utolsó számának kivételével mindegyik szám alá odaírta annak a számnak, valamint a közvetlenül előtte és a közvetlenül utána álló számnak az összegét. Maximum hány páratlan számot írhatott le Zoli?

A) 998 B) 997 C) 996 D) 995 E) 994

14. Az a, b, c, d valós számokra teljesül, hogy $a-b-c-d=2021$, $a-b-(c-d)=2030$, valamint $a-(b-c)-d=2039$. Mennyi az $a-(b-c-d)$ kifejezés értéke?

A) 2048 B) 2046 C) 2043 D) 2041 E) 2039

15. Az ábrán látható 5×5-ös bűvös négyzet mindegyik sorában és mindegyik oszlopában egyenlő a számok összege. Néhány számot már beírtunk. Melyik számot kell a szürke négyzetbe írni?

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4			

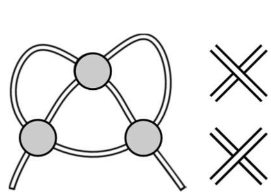
A) 8 B) 10 C) 12

D) 18 E) 23

16. Hány megoldása van az egész számok halmazán az $(x-10)^2\cdot(x-20)^3\cdot(x-40)^5\leq 0$ egyenlőtlenségnek?

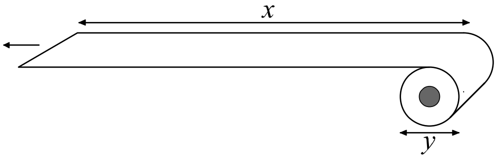
A) 3 B) 19 C) 22 D) 31 E) végtelen sok

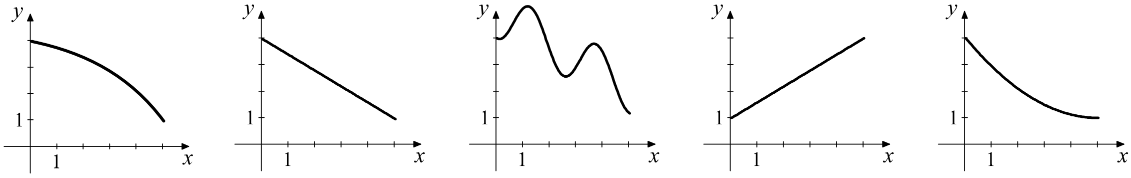
17. Egy cipőfűzőt az első ábrán látható módon helyeztünk el az asztalon. Mindhárom helyen, ahol a cipőfűző keresztezi önmagát, pénzfeldobással döntjük el, hogy melyik szál legyen alul. A keresztezések helyét egy-egy koronggal eltakartuk. Mennyi a valószínűsége, hogy a cipőfűző két végét meghúzva azon egy csomó keletkezik?



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

18. Egy gézengúz megragadta a WC-papír lelógó végét, és állandó sebességgel futni kezdett vele. Az alábbiak közül melyik grafikon ábrázolhatja a guriga átmérőjét (y) a letekert papír hosszának (x) függvényében?



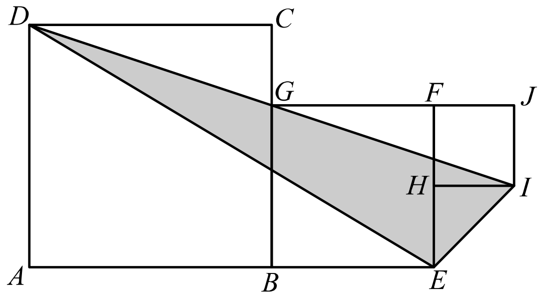


A) B) C) D) E)

19. A tanár felírta a táblára az 1, 2, 7, 9, 10, 15 és 19 számokat, majd kihívta a táblához Annát és Petit. A két gyerek felváltva törölt le egy-egy számot a tábláról addig, amíg már csak egy szám maradt a táblán. Az Anna által letörölt számok összege kétszer annyi, mint a Peti által letörölt számok összege. Melyik szám maradt a táblán?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 15 E) 19

20. Az ábrán három négyzet látható. Az $ABCD$ négyzet területe 36 cm^2, a $BEFG$ négyzet területe 16 cm^2. A D, a G és az I pontok egy egyenesre esnek. Hány négyzetcentiméter a DEI háromszög területe?

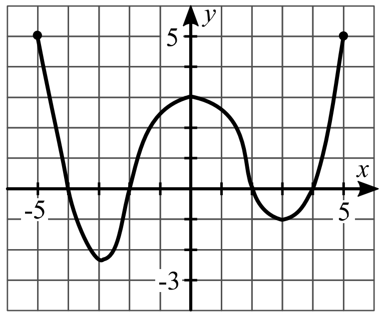


A) $14\frac{2}{3}$ B) $15\frac{1}{3}$ C) 16

D) $17\frac{2}{3}$ E) 18

5 pontos feladatok

21. Az ábrán a $[-5;+5]$ zárt intervallumon értelmezett f függvény grafikonja látható. A skálabeosztás mindkét tengelyen egyenletes. Hány megoldása van az $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ egyenletnek a valós számok halmazán?



A) 2 B) 4

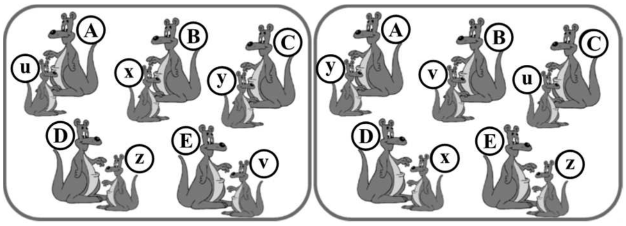
C) 6 D) 7

E) 8

22. A valós számok halmazán értelmezett f függvényre $f(1)=2,$ továbbá bármely x, y valós szám esetén $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$. Mennyi az $\frac{f(2)}{f(1)}+\frac{f(3)}{f(2)}+\frac{f(4)}{f(3)}+\ldots+\frac{f(2021)}{f(2020)}$ kifejezés értéke?

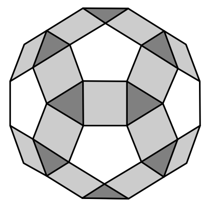
A) 0 B) 0,5 C) 2 D) 2020 E) más érték

23. Öt kengurumama (**A**, **B**, **C**, **D**, **E**) és öt kengurukölyök (**x**, **y**, **z**, **u**, **v**) látható a két csoportképen. Mindegyik mamának egy kölyke van a kengurukölykök között. Az első képen pontosan két kölyök áll közvetlenül a mamája mellett, a második képen pedig pontosan három. Ki a mamája az **x** jelű kölyöknek?



A) **A** B) **B** C) **C** D) **D** E) **E**

24. Egy konvex poliéder mindegyik lapja szabályos ötszög, négyzet vagy szabályos háromszög. Az ötszögek száma 12. Az ötszögek és a háromszögek mindegyik oldalához egy-egy négyzet csatlakozik, míg bármelyik négyzetlappal szomszédos lapok felváltva háromszögek és ötszögek. Jóska ráírta mindegyik ötszöglapra az 5, mindegyik háromszöglapra az 1 és mindegyik négyzetlapra a –1 számokat. Mennyi a Jóska által a lapokra írt számok összege?



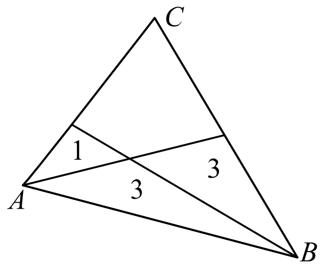
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

25. Egy körvonalon megjelöltünk 15 pontot úgy, hogy azok a körvonalat egyenlő hosszú ívekre osztják. Hányféle olyan háromszög rajzolható, amelynek csúcsai a körvonalon megjelölt 15 pont közül kerülnek ki? (Két háromszöget akkor tekintünk különbözőnek, ha nem egybevágók.)

A) 19 B) 23 C) 46 D) 91 E) 455

26. Az ABC háromszöget két egyenes szakasszal négy részre osztottuk. A háromszög alakú részek négyzetcentiméterben mért területe leolvasható az ábráról. Hány négyzetcentiméter az ABC háromszög területe?

A) 12 B) 12,5 C) 13
D) 13,5 E) 14



27. Egy dobozban piros, kék és zöld golyók vannak, és az egyforma színű golyók tömege egyenlő. Öt mérést végeztünk, melyek során a válaszokban szereplő számú és színű golyók tömegének összegét mértük meg. Négy mérés eredménye megegyezett, az ötödik azonban ezektől eltérő eredményt adott. Melyik mérés adhatta a többitől eltérő eredményt?

A) 5 piros és 2 kék B) 3 kék és 1 zöld C) 2 piros és 4 kék
D) 4 piros és 1 zöld E) 2 zöld

28. Leírtunk egymás mellé egy sorba 20 darab természetes számot, melyek közül az első és az utolsó nulla. A többi szám nagyobb két közvetlen szomszédjának átlagánál. Mennyi a sorban hetedik helyen álló szám legkisebb lehetséges értéke?

A) 7 B) 13 C) 28 D) 39 E) 45

29. Mennyi a $[-1;+1]$ zárt intervallumon értelmezett $f(x)=|4x^2-4x+k|$ függvény maximumának legkisebb lehetséges értéke, ha k valós paraméter?

A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 11,5 E) 8

30. András és Béla pénzfeldobóst játszanak. Ha a dobás eredménye fej, akkor András szerez egy pontot, különben Béla. Az első dobás eredménye fej volt. A játék akkor ér véget, ha valamelyik játékos 3 ponttal vezet. Mennyi a valószínűsége, hogy András nyeri a játékot?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Deli Lajos
Ötletek, feladatjavaslatok: „AKSF Annual Meeting 2020” résztvevői (online)
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Zrínyi u. 18.
telefon: (93) 502903 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu