Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny 2019
Feladatok 11-12. osztályosok részére

3 pontos feladatok

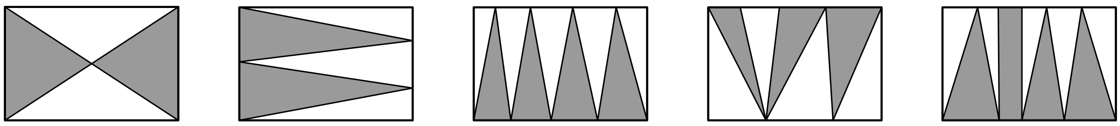
1. Kenguria zászlója három egybevágó téglalapból áll, az ábrán látható módon. Mennyi a fehér téglalap egy csúcsba futó oldalai hosszának az aránya?

A) 1 : 2 B) 2 : 3 C) 2 : 5
D) 3 : 7 E) 4 : 9

2. Egy játékvonat a terepasztalon 1 perc 11 másodperc alatt tesz meg egy kört. Mennyi idő alatt tesz meg ez a játékvonat hat kört?

A) 6 perc 56 másodperc B) 7 perc 6 másodperc C) 7 perc 16 másodperc
D) 7 perc 26 másodperc E) 7 perc 36 másodperc

3. Az alábbi egybevágó téglalapok közül melyikben a legnagyobb a szürkére festett részek területének az összege?



A) B) C) D) E)

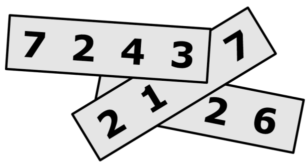
4. Egy parknak öt kapuja van, mindegyik be- és kijáratként is szolgál. Mónika elhatározta, hogy valamelyik kapun bemegy a parkba, majd egy másik kapun át távozik. Hányféleképpen tudja Mónika megvalósítani a tervét?

A) 25 B) 20 C) 16 D) 15 E) 10

5. Egy gúla lapjai közül 23 darab háromszög. Hány éle van a gúlának?

A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69

6. Az ábrán látható három papírlap mindegyikére egy-egy négyjegyű pozitív egész számot írtak. Melyek az ábrán nem látható számjegyek, ha a lapokra írt számok összege 11126?

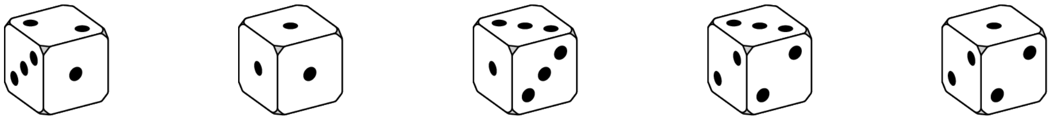


A) 1, 4 és 7 B) 1, 5 és 7 C) 3, 3 és 3
D) 4, 5 és 6 E) 4, 5 és 7

7. Hány pozitív közös osztója van a 15^{20} és a 20^{15} számoknak?

A) 12 B) 15 C) 16 D) 20 E) 25

8. Egy kocka mindegyik lapján 1, 2 vagy 3 pötty található. Azt is tudjuk, hogy ezzel a kockával $\frac{1}{2}$ valószínűséggel dobhatunk 1-et, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel dobhatunk 2-t és $\frac{1}{6}$ valószínűséggel dobhatunk 3-at. Az alábbi öt ábra közül négyen ezt a kockát látod. Melyik a kivétel?



A) B) C) D) E)

9. Misi kitalált egy új, valós számpárok halmazán értelmezett műveletet: $x\lozenge y = y - x$. Az alábbi egyenlőségek közül melyik teljesül biztosan, ha $(a\lozenge b)\lozenge c = a\lozenge(b\lozenge c)$?

A) $a = b$ B) $b = c$ C) $a = c$ D) $a = 0$ E) $c = 0$

10. Hány olyan n pozitív egész szám van, amely osztható 2^{10}-nel és $2^{10} \le n \le 2^{13}$?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

4 pontos feladatok

11. Idén az osztályunkban a fiúk száma 20%-kal nőtt, a lányok száma 20%-kal csökkent a tavalyihoz képest. Idén eggyel több tanuló jár az osztályunkba, mint tavaly. Melyik lehet az idei osztálylétszámunk az alábbiak közül?

A) 22 B) 26 C) 29 D) 31 E) 34

12. Egy téglatest alakú, mind a hat lapjánál zárt víztartályba 120 dm^3 vizet töltöttünk. Attól függően, hogy a tartálynak melyik lapja van alul, a víz 2 dm, 3 dm vagy 5 dm magasan áll benne. Hány dm^3 a tartály térfogata?

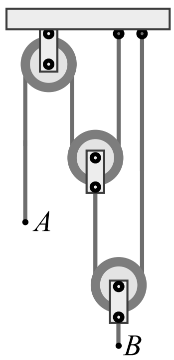
A) 160 B) 180 C) 200 D) 220 E) 240

13. Három kenguru minden nap együtt megy „sétálni”. Ha Alex nem vesz fel kalapot, akkor Bendegúz kalapban sétál. Ha Bendegúz kalap nélkül sétál, akkor Celesztin kalapban tart a többiekkel. Ma Celesztin kalap nélkül sétál. Melyikük van biztosan kalapban?

A) csak Alex B) csak Bendegúz C) Alex is és Bendegúz is
D) egyikük sem E) mindhárman

14. Az ábrán látható csigasor egy álló- és két mozgócsigából áll. A kötelek függőleges helyzetűek. Hány centiméterrel kerül magasabbra a B pont, ha az A pontot 24 centiméterrel elmozdítjuk lefelé?

A) 4,8 B) 6 C) 8
D) 12 E) 24

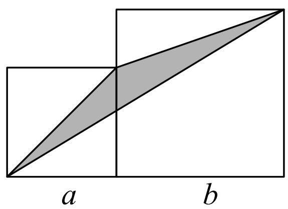


15. Nevezzük az n pozitív egész számot *tetszetős*nek, ha az n-nél kisebb pozitív osztói közül az $n-6$ a legnagyobb. Hány tetszetős pozitív egész szám van?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) végtelen sok

16. Az ábrán látható kisebb négyzet oldalának hossza a, a nagyobb négyzet oldalának hossza b. Mennyi a szürke háromszög területe?

A) $\frac{ab}{2}$ B) $\frac{1}{2}a^2$ C) $\frac{1}{2}b^2$
D) $\frac{1}{4}(a^2+b^2)$ E) $\frac{1}{6}(a^2+b^2)$



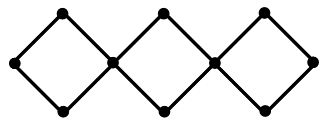
17. Sári ki akarta számolni számológépével az $\frac{a+b}{c}$ kifejezés értékét, ahol a, b és c pozitív egész számok. Elsőként ezt írta be: $a+b\div c=$. A számológépe eredményként 11-et írt ki. Másodszorra ezt írta be: $b+a\div c=$. Ekkor a számológépe 14-et írt ki eredményként. Sári ekkor jött rá, hogy nem használt zárójeleket, és számológépe jól tudta az elvégzendő műveletek sorrendjét. Mennyi lesz az eredmény, ha Sári mindent jól ír be a számológépébe?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Legyen az 1024 összes pozitív osztóinak összege a, az 1024 összes pozitív osztóinak szorzata pedig b. Melyik igaz az alábbi egyenlőségek közül?

A) $(a-1)^5=b$ B) $(a+1)^5=b$ C) $a^5-1=b$ D) $a^5+1=b$ E) $a^5=b$

19. Pisti az ábrán látható tíz csúcspont mindegyikéhez egy-egy 10-nél nem nagyobb pozitív egész számot írt. Mindegyik számot pontosan egyszer használta fel. Mindhárom négyzetnél a négyzet négy csúcsához írt számok összege ugyanaz az S szám lett. Mennyi az S legkisebb lehetséges értéke?



A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

20. Hány olyan sík van, amelyre egy adott kockának legalább három csúcsa illeszkedik?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 20-nál több

5 pontos feladatok

21. Melyik a legnagyobb n pozitív egész szám, amelyre $97!+98!+99!$ osztható 3^n-nel?

A) 32 B) 36 C) 42 D) 46 E) 50

22. Egy dobozban 4 kókuszos és 1 marcipános szaloncukor van. Józsi és Marika felváltva vesznek ki behunyt szemmel egy-egy szaloncukrot a dobozból addig, amíg valamelyikük ki nem veszi a marcipános szaloncukrot. Az nyer, akinek ez sikerül. Mennyi a valószínűsége, hogy Józsi nyer, ha Marika vesz elsőként?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

23. Négy különböző, origón átmenő egyenes összesen nyolc pontban metszi az $f(x)=x^2-2$ függvény grafikonját. Hányféle értéket vehet fel a nyolc metszéspont első koordinátájának szorzata?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) végtelen sok

24. Lilla 48 fehér és 77 fekete, egyforma méretű kockából, mindegyik kockát felhasználva, összeragasztott egy nagy kockát úgy, hogy a felszínének lehető legnagyobb része fehér legyen. Hányad része fehér a Lilla által összeragasztott nagy kocka felszínének?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{23}{30}$ D) $\frac{17}{25}$ E) $\frac{3}{4}$

25. Hány olyan n egész szám van, amelyre az $|n^2-2n-3|$ kifejezés értéke prímszám?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) végtelen sok

26. Hány cm hosszúak az $ABCD$ négyzet oldalai, ha E és F a négyzet olyan belső pontjai, amelyekre $AE = 5\,\text{cm}$, $EF = 1\,\text{cm}$, $FC = 2\,\text{cm}$, továbbá $AEF\sphericalangle = EFC\sphericalangle = 90°$?

A) $3\sqrt{2}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) más érték

27. Egy körvonalon kijelölünk p darab pontot. Legyen h azoknak a háromszögeknek a száma, n pedig azoknak a négyszögeknek a száma, amelyeknek mindegyik csúcsa ezen pontok egyike. Mennyi a $p+h+n$ összeg legnagyobb lehetséges értéke, ha $h > n$?

A) 20 B) 41 C) 48 D) 58 E) 77

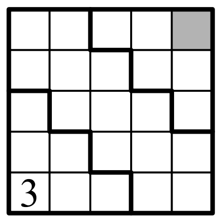
28. Egy sorozat első tagja 49. A második tagtól kezdve minden tagot úgy kapunk meg, ha az előző tag számjegyeinek összegéhez hozzáadunk 1-et, majd az így kapott számot négyzetre emeljük. Például a sorozat második tagja $(4+9+1)^2 = 196$. Mennyi a sorozat 2019. tagja?

A) 25 B) 49 C) 64 D) 121 E) 400

29. Négy gyerek együtt megy moziba. A jegyekre nem írták rá, melyik helyre szólnak, a nézők érkezési sorrendben foglalhatják el a még szabad helyeket. Amikor ők négyen bemennek a nézőtérre, akkor már csak nyolc szabad hely van: két sorban négy-négy, egymás mellett lévő. András és Bea egymás mellé szeretnének ülni, Csaba és Dóri viszont útközben összevesztek, így semmiképpen nem akarnak egymás mellé ülni. Hányféleképpen tudnak leülni, ha minden kívánságot teljesíteni akarnak?

A) 132 B) 136 C) 176 D) 272 E) 288

30. Egy 5×5-ös táblázatot úgy töltöttünk ki, hogy minden sorában és minden oszlopában az 1; 2; 3; 4; 5 számok mindegyike pontosan egyszer szerepel. A bal alsó cellába a 3-as számot írtuk. A táblázatot az ábrán látható módon két vastag vonallal három részre osztottuk. Melyik számot írtuk a szürke cellába, ha mindhárom részben ugyanannyi a beírt számok összege?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

E) A táblázat nem tölthető ki a feltételeknek megfelelően.

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Deli Lajos
Ötletek, feladatjavaslatok: „AKSF Annual Meeting 2018” résztvevői, Vilnius, Litvánia
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Zrínyi u. 18.
telefon: (93) 502903 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu