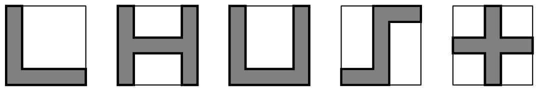
Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny 2013
Feladatok 9-10. osztályosok részére

3 pontos feladatok

1. Az alábbiak közül melyikkel nem osztható a $200013 - 2013$ különbség?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

2. Marika négyzetekbe szürke alakzatokat rajzolt. Hány olyan van közöttük, amelyiknek a kerülete megegyezik a négyzet kerületével?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

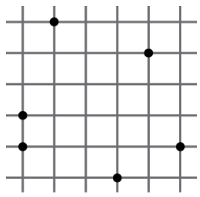
3. Kati néni négy fős családja minden tagjának vásárolt 4 cső kukoricát. Hány forintot fizetett, ha a piacon a jobb oldali akciót hirdették meg?

Kukoricavásár!
Egy cső csak 40 forint!
Minden hatodik cső ingyen!

A) 160 B) 240 C) 560 D) 640 E) 1600

4. Pisti a 2, 4, 16, 25, 50, 125 számok közül kiválasztott hármat és összeszorozta őket. Eredményül 1000-et kapott. Mennyi a Pisti által kiválasztott három szám összege?
A) 70 B) 77 C) 131 D) 143 E) 166

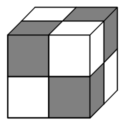
5. Bejelöltünk 6 pontot az ábrán látható négyzetrácson, melyben a szomszédos rácsvonalak távolsága 1 egység. Legkevesebb hány területegység a területe egy olyan háromszögnek, amelynek mindhárom csúcsa a 6 megjelölt pont közül kerül ki?

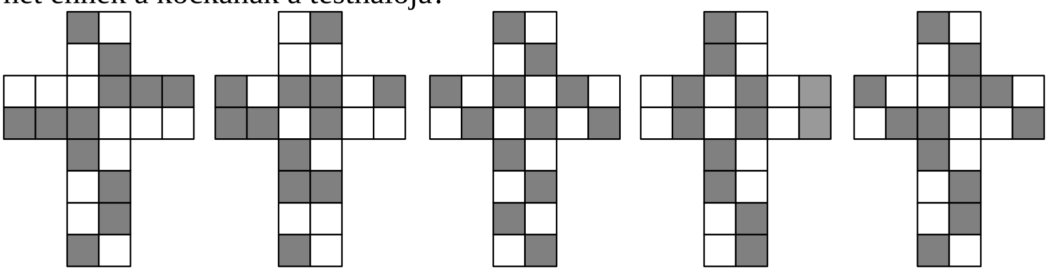


A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6. Hányadik hatványa a 2-nek a 4^{15} és a 8^{10} összege?
A) 15 B) 25 C) 30 D) 31 E) 60

7. Egy kocka lapjait úgy festettük be, mintha a jobb oldali ábrán látható módon 4 fehér és 4 szürke kis kockából raktuk volna össze. Az alábbiak közül melyik lehet ennek a kockának a testhálója?

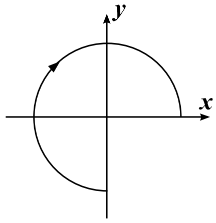


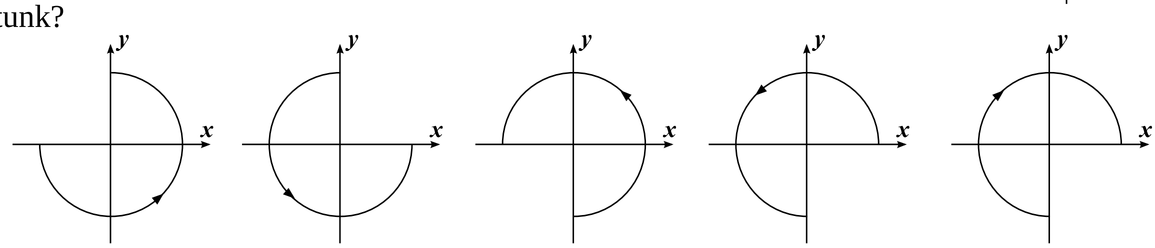


A) B) C) D) E)

8. Legyen n a legnagyobb pozitív egész szám, amelyre $4n$ háromjegyű, k pedig a legkisebb pozitív egész szám, amelyre $4k$ háromjegyű szám. Mennyi a $4n - 4k$ különbség értéke?
A) 224 B) 225 C) 896 D) 899 E) 900

9. A koordinátarendszerbe irányított háromnegyed körívet rajzoltunk a jobb oldalon látható módon. A körív középpontja az origóban van, irányítása az óramutató járásával megegyező. Az irányított körívet az origó körül elforgatjuk 90 fokkal, az óramutató járásával ellentétes irányban, majd az így kapott irányított körívet tükrözzük az *x* tengelyre. Melyik ábrához jutunk?





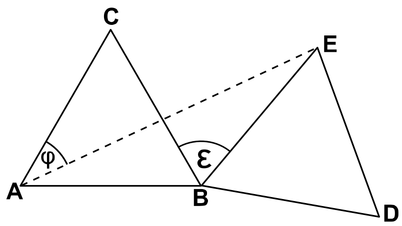
A) B) C) D) E)

10. Az alábbiak közül melyik a legnagyobb?

A) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{13}$ B) $\sqrt{20}\cdot 13$ C) $20\cdot\sqrt{13}$ D) $\sqrt{201}\cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

4 pontos feladatok

11. A *BDE* háromszöget úgy kaptuk, hogy az *ABC* szabályos háromszöget elforgattuk a *B* pont körül az ábra szerint. Az $\varepsilon = EBC\angle = 70°$. Hány fokos a $\varphi = CAE\angle$?

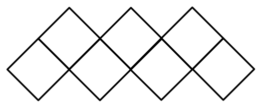


A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

12. Az osztály dolgozatot írt. Ha minden fiú 3 ponttal többet ért volna el, akkor az osztály átlagpontszáma 1,2-del több lett volna. Az osztály tanulóinak hány százaléka lány?

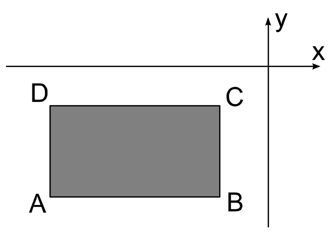
A) 20 B) 30 C) 40 D) 60 E) nem lehet meghatározni

13. Az ábrán látható alakzat 7 egybevágó négyzetből áll, kerülete 16 cm. A négyzetek rajzolását jobbra haladva a mintának megfelelően addig folytatjuk, míg összesen 2013 négyzetből nem áll. Hány cm lesz az így kapott alakzat kerülete? (Úgy rajzoljuk meg az újabb négyzeteket, hogy azok felváltva az előző négyzet jobb felső, illetve jobb alsó oldalához csatlakozzanak.)



A) 2002 B) 4028 C) 4032 D) 6038 E) 8050

14. Az *ABCD* téglalap oldalai párhuzamosak a koordinátarendszer tengelyeivel. A téglalap a 3. síknegyedben helyezkedik el (vagyis az *x* tengely alatt, az *y* tengelytől balra). A téglalap csúcsait az ábrának megfelelően jelöltük. Ezeken kívül csak annyit tudunk, hogy mindegyik csúcs mindkét koordinátája egész szám. Mindegyik csúcs második koordinátáját elosztottuk az elsővel. Melyik csúcsnál kaptuk a legkisebb hányadost?

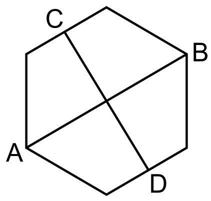


A) *A* B) *B* C) *C* D) *D*
E) A téglalap helyzetétől és oldalainak hosszától függ.

15. Péter és fia ma ünneplik a születésnapjukat. Kettejük életkorának szorzata 2013. Amikor a fia született, Péter *n* éves volt. Az alábbiak közül melyik lehet *n* értéke?

A) 28 B) 30 C) 34 D) 38 E) 42

16. Az *AB* szakasz egy szabályos hatszög két szemközti csúcsát, a *CD* szakasz pedig két szemközti oldalának felezőpontját köti össze, az ábrának megfelelően. Mennyi a két szakasz hosszának szorzata, ha a hatszög területe 60 területegység?

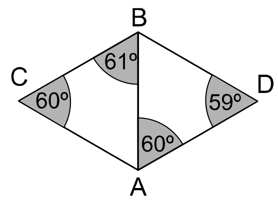


A) 40 B) 50 C) 60
D) 80 E) 100

17. Egy hatjegyű szám számjegyeinek összege páros, szorzata páratlan. Az alábbi állítások közül melyik lesz biztosan igaz?

A) 2 vagy 4 darab páros számjegye van. B) Nincs ilyen szám.
C) Páratlan sok páratlan számjegye van. D) Számjegyei között nincs 5 különböző.
E) Az előző négy állítás egyike sem igaz.

18. Jancsi két egybevágó szabályos háromszöget akart rajzolni, melyek együtt egy rombuszt alkotnak. Sajnos, pontatlanul mérte fel a távolságokat. Amikor testvére, Juliska megmért néhány szöget, az ábrán látható értékeket kapta. Melyik a leghosszabb szakasz, amit Jancsi felrajzolt?

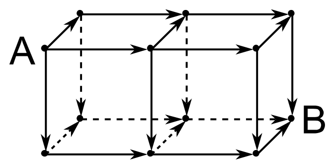


A) *AD* B) *AB* C) *AC* D) *BC* E) *BD*

19. Juli néninek öt gyermeke van. A gyerekek életkorai egymást követő pozitív egész számok. Tudjuk, hogy a gyerekek között van két olyan, akik együtt annyi évesek, mint a másik három gyerek együtt. Hányféle értéket vehet fel a legidősebb gyerek életkora?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3-nál több

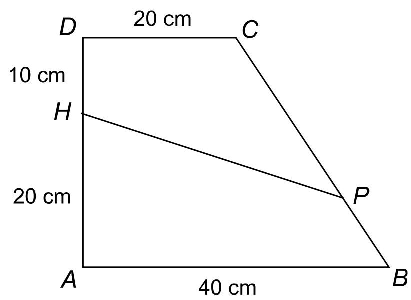
20. Hányféleképpen lehet eljutni A-ból B-be, csak a nyilak irányában haladva?



A) 6 B) 8 C) 9
D) 12 E) 15

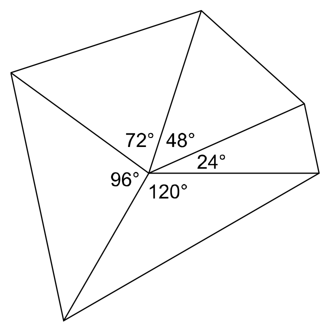
5 pontos feladatok

21. Az *ABCD* trapéz 30 cm hosszúságú *AD* szára merőleges a 40 cm és 20 cm hosszú alapokra. Az *AD* szár *D*-hez közelebbi *H* harmadoló pontjából induló *HP* szakasz felezi a trapéz területét. Mennyi a *BP* és *PC* szakaszok hosszának aránya? (Az ábra nem méretarányos.)



A) 1:3 B) 1:4 C) 1:5
D) 1:6 E) 1:7

22. Az ábrán látható sokszöget 5 darab egyenlő szárú háromszögből raktuk össze. A háromszögek szárai egyenlő hosszúak és középen egy pontból indulnak. A háromszögek szárszögei növekvő sorrendbe rendezve olyan számtani sorozatot alkotnak. Ennek a sorozatnak a különbsége megegyezik az első tagjával, amely fokokban mérve egész szám. (A legkisebb 24° és 24-esével nő.) Szeretnénk elkészíteni egy ábrát hasonló szabályok szerint, a lehető legtöbb egyenlő szárú háromszög felhasználásával. Hány fokosnak válasszuk a legkisebb szárszöget?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

23. Hány számjegy van a tizedesvessző után az $\frac{1}{1024000}$ szám tizedestört alakjában, az utolsó értékes jeggyel bezárólag?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

24. Egy számítógép kijelzőjén kezdetben három szám szerepel. Egy számítógépprogram a következőt teszi: egy billentyű lenyomásának hatására a kijelzőn látható mindegyik szám helyett a másik kettő összegét jeleníti meg a kijelzőn. Például ha kezdetben a $\{3;4;6\}$ számokat adjuk meg, akkor ezeket a program $\{10;9;7\}$ számokká alakítja, majd újra lenyomva egy billentyűt ezek $\{16;17;19\}$–re változnak. Egy alkalommal kezdetben a $\{1;2;3\}$ számhármas volt a kijelzőn. Hányadik billentyűlenyomás után jelenik meg a kijelzőn a 2013?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) soha nem jelenik meg

25. Hány olyan 2013-mal osztható pozitív egész szám van, amelynek 2013 pozitív osztója van?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) más érték

26. Tíz gyerek leült egy kerek asztalhoz. A tanárnő mindegyiküknek megsúgta az 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számok egyikét, mindenkinek mást. Mindenki megkérdezte a szomszédjait, hogy nekik mit súgtak, majd e két szám összegéhez hozzáadta a sajátját. Terinél kisebb összeget senki sem kapott eredményül. Mennyi a Teri által kapott összeg lehető legnagyobb értéke?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

27. Sára felírt 14 közönséges törtet a táblára. A számlálóként vagy nevezőként felhasznált 28 szám között minden 28-nál nem nagyobb pozitív egész szám pontosan egyszer szerepelt. A törtek közül *n* darabnak az értéke volt egész szám. Mennyi az *n* lehető legnagyobb értéke?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

28. Egy út mentén álló megfigyelő mellett elhaladt egy autó 50 km/h sebességgel. Ettől kezdve óránként elhaladt itt egy autó, ugyanabban az irányban, a sebessége 1 km/h-val volt nagyobb, mint az előzőleg elhaladt autóé. Az utolsó autó 50 órával az első után haladt el itt, 100 km/h sebességgel. Mindegyik autó megállás nélkül, állandó sebességgel haladt. Hány km/h volt a sebessége 100 órával megfigyelés kezdete után annak az autónak, amelyik ekkor a sor elején haladt?

A) 50 B) 66 C) 75 D) 84 E) 100

29. A kertész a kastélyparkban egy 100 fából álló fasort ültetett, juharfákat és hársfákat. Semelyik két juharfa között nem áll pontosan öt fa. Ezzel a megkötéssel nem lehetett volna több juharfát ültetni, mint amennyit a kertész ültetett. Hány juharfa van a fasorban?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 60

30. Adott a síkon egy szabályos 13 oldalú sokszög. Tekintsük azokat a háromszögeket, melyeknek a csúcsai a szabályos 13 oldalú sokszög csúcsai közül kerülnek ki! Ezek közül a háromszögek közül hány tompaszögű?

A) 143 B) 150 C) 169 D) 195 E) más érték

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Ábrahám Gábor
Ötletek, feladatjavaslatok: „KSF International Annual Meeting 2012” résztvevői, Protaras, Ciprus
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Zrínyi u. 18.
telefon: (93) 502903 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu