

Kenguru Nemzetközi Matematika Verseny 2011

Feladatok 9-10. osztályosok részére

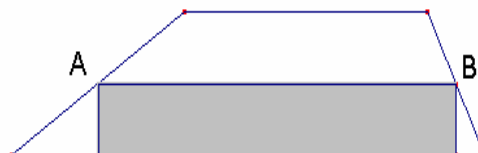
3 pontos feladatok

1. A gyalogosok számára felfestett zebra felváltva fehér és fekete csíkokból áll, melyek szélessége egyaránt 40 cm. A gyalogátkelő festése az út mindkét oldalán fehér csíkkal kezdődik. Hány méter széles az úttest, ha a fehér csíkok száma 10?

A) 7,2 B) 7,4 C) 7,6 D) 7,8 E) 8

2. Az ábrán látható trapéz szárainak felezőpontjai A és B. A szürke téglalap területe 13 cm^2 . Hány cm^2 a trapéz területe?

A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28



3. Legyen $A = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6$, $B = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$ és $C = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5$. Az alábbi állítások közül melyik igaz?

A) $B < A < C$ B) $A < B = C$ C) $A < B < C$ D) $C < B < A$ E) $A = B < C$

4. A következő egyenlőtlenségek közül legfeljebb hány teljesülhet egyszerre: $x \geq 1$, $x < 2$, $x \geq 3$, $x \leq 4$, $x > 5$, $x < 6$, $x \geq 7$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. A 2011-et egy pozitív egész számmal elosztva 1011-et kaptunk maradékkul. Mennyi volt az osztó?

A) 100 B) 500 C) 1000 D) más érték E) nincs ilyen osztó

6. Egy 360 cm^2 területű téglalap alakú mozaikot négyzet alakú kövekből raktunk ki. A mozaik magassága 24 cm, szélessége 5 kő. (5 kő áll egymás mellett.) Hány cm^2 egy kő területe?

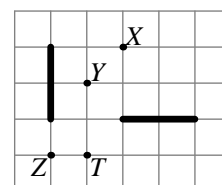
A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

7. Leírjuk csökkenő sorrendben az összes olyan négyjegyű számot, amelyben a számjegyek összege 4. Hányadik lesz a sorban a 2011?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. Az ábrán vastag vonallal jelölt szakaszok egyike a másik elforgatottja. A betűvel is megjelölt pontok közül melyek lehetnek a forgatás középpontjai?

A) csak az X B) csak az X és a Z C) csak az X és a T
D) csak a T E) X, Y, Z és T is

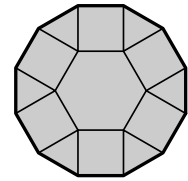


9. A szabályos dobókockán a szemközti lapokon lévő számok összege 7. Három szabályos dobókockát egymásra helyeztünk úgy, hogy az érintkező lapokon a pöttyök összege mindkét helyen 5. Az alsó kocka egyik oldalán 1 pötty látszik. Hány pötty van a felső kocka tetején?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Az ábrán látható alakzat egy 1 cm oldalú szabályos hatszögből, hat háromszögből és hat négyzetből áll. Hány cm az alakzat kerülete?

- A) $6(1+\sqrt{2})$ B) $6\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) 12
 D) $6+3\sqrt{2}$ E) 9



4 pontos feladatok

11. Az egyik hónapban 5 hétfő, 5 kedd és 5 szerda volt. Az előző hónapban viszont csak 4 vasárnap volt. Mit fog biztosan tartalmazni a következő hónap?

- A) pontosan 4 pénteket B) pontosan 4 szombatot C) 5 vasárnapot
 D) 5 szerdát E) Ez az eset nem fordulhat elő.

12. Egy autóversenyen a rajt után Mark vezetett, Fernando volt a második és Sebastian a harmadik. A verseny során Mark és Fernando 9-szer előzték meg egymást, Fernando és Sebastian 10-szer, Mark és Sebastian pedig 11-szer. Mi lett a végső sorrend közöttük, ha egyikük sem körözte le valamelyik másikat?

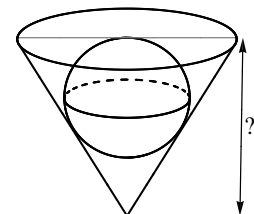
- A) Mark, Fernando, Sebastian B) Fernando, Sebastian, Mark
 C) Sebastian, Mark, Fernando D) Sebastian, Fernando, Mark
 E) Fernando, Mark, Sebastian

13. Mennyi az n értéke, ha $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$?

- A) 1005 B) 1006 C) 2010 D) 2011 E) más érték

14. Egy 15 mm sugarú, gömb alakú gyöngyöt egy kúp alakú papírdobozba tesszük. A gyöngy a kúp palástját és alaplapját egyaránt érinti az ábrán látható módon. A kúp tengelymetszete szabályos háromszög. Hány mm a kúp magassága?

- A) $30\sqrt{2}$ B) $25\sqrt{3}$ C) 45
 D) 60 E) $60(\sqrt{3}-1)$



15. Két kocka alakú víztartály közül a nagyobbiknak 1 dm-rel hosszabb a belső éle. A nagyobbik tartály tele van vízzel, a kisebbik üres. Ha a nagyobbik tartályból annyi vizet átöntünk a kisebbikbe, hogy az tele legyen, akkor a nagyobbikban 217 liter víz marad. Hány literes a kisebbik tartály?

- A) 125 B) 133 C) 243 D) 512 E) 729

16. Az ábrán látható 4×4 -es tábla minden mezőjét fehérre vagy feketére festjük. Az egyes sorok mellé, illetve az egyes oszlopok alá odaírtuk, hogy abban a sorban, illetve oszlopban hány fekete cellának kell lennie. Hány különbözően színezett táblát kaphatunk eredményül?

- A) 0 B) 1 C) 3
 D) 5 E) 9

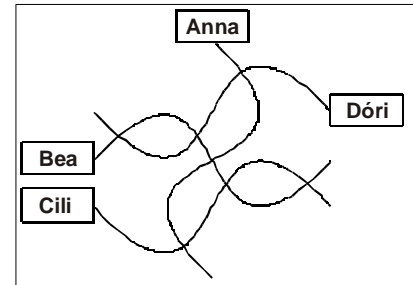
				2
				0
				1
				1
2	0	1	1	

17. Niki úgy szeretné befejezni a 3×3 -as táblázat kitöltését, hogy annak bármely 2×2 -es résztáblájában a számok összege 10 legyen. Mennyi lesz a még üresen álló helyekre írt négy szám összege?

1		0
	2	
4		3

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

18. Julcsi egy hajókiránduláson megpróbálta lerajzolni faluja térképvezetékét. Lerajzolta a négy utcát barátnői házaival és a hét útkereszteződést, de az erős hullámmás miatt nem tudott egyenes vonalat húzni. A valóságban a négy utca közül három nyílegyenes, csak a negyedik görbe. Melyik barátnője lakik ebben a görbe utcában?

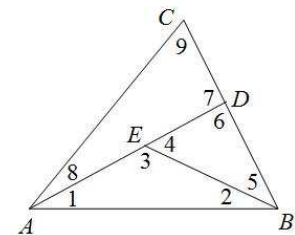


- A) Anna B) Bea C) Cili
D) Dóri E) nem lehet meghatározni

19. Pista minél több olyan egymást követő háromjegyű pozitív egész számot szeretne felírni a füzetébe, amelyek mindegyike tartalmaz páratlan számjegyet. Legfeljebb hány számot tud felírni Pista?

- A) 1 B) 10 C) 110 D) 121 E) más érték

20. Az ABC háromszögben a D pont a BC szakasznak, az E pont pedig az AD szakasznak valamely belső pontja. Legalább hányféle különböző értéket vesznek fel a számokkal jelölt szögek?



- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

5 pontos feladatok

21. Sári egy 1 dm élű kockára egyforma arany színű négyzeteket ragasztott az ábrán látható mintát követve. Hány cm^2 lett a kocka felszínéből arany színű (a képen szürke)?



- A) 37,5 B) 150 C) 225
D) 300 E) 375

22. Nevezünk egy pozitív egész számot *érdekesnek*, ha számjegyei különbözőek és első számjegye egyenlő a többi számjegyének az összegével. Hány ötjegyű érdekes szám van?

- A) 72 B) 144 C) 168 D) 216 E) 288

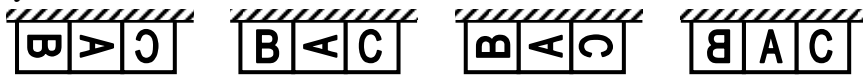
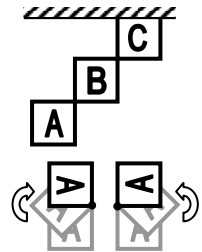
23. Az x és az y valós számok mindegyike 1-nél nagyobb. Az alábbi kifejezések közül melyiknek lesz legnagyobb az értéke?

- A) $\frac{x}{y+1}$ B) $\frac{x}{y-1}$ C) $\frac{2x}{2y+1}$ D) $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y+1}$

24. Az $ABCD$ szabályos tetraéder ABC lapja illeszkedik az S síkra. A $BCDE$ szabályos tetraéder a BCD lapjával csatlakozik az $ABCD$ tetraéderhez, de az E csúcsa nem egyezik meg az A csúccsal. Hol metszi a DE egyenes az S síkot?

- A) a BC egyenesnek a felőli oldalán, az ABC háromszögön belül
 B) a BC egyenesnek a felőli oldalán, az ABC háromszögön kívül
 C) a BC egyenesnek a másik oldalán, mint ahol az A van
 D) a DE párhuzamos az S síkkal E) a tetraéder élhosszától függ

25. Három egyforma négyzet alapú dobozt szállítottak egy áruháza és elhelyezték őket a jobb oldali térképábrán látható módon. A dobozok nehezek, nem tudják őket felemelni, csak az egyik sarkuk körül 90 fokkal elforgatva tudják őket odébb vinni, a jobb oldali ábra alján látható módon. A dobozokat szeretnék a fal mellett sorba állítani. Az alábbiak közül melyik elrendezés érhető el?



- A) B) C) D)
 E) A négy elrendezés közül nem csak az egyik érhető el, hanem több is.

26. Hány természetes számokból álló $(x;y)$ számpárra teljesül, hogy $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27. Minden 1-nél nagyobb n pozitív egész számra jelölje $p(n)$ az n -nél nem nagyobb prímszámok közül a legnagyobbat. Hány olyan k pozitív egész szám van, amelyre teljesül a $p(k+1) + p(k+2) = p(2k+3)$ összefüggés?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3-nál több

28. Két egymást metsző kör közös húrja a kisebb körnek átmérője. A kisebbik kör átmegy a nagyobbik kör középpontján. A nagyobbik kör sugara r . Mennyi a területe a kisebb kör azon részének, amely a nagyobbik körön kívül található?

- A) $\frac{\pi}{6} \cdot r^2$ B) $\frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{12} \cdot r^2$ C) $\frac{1}{2} \cdot r^2$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot r^2$ E) más érték

29. Adott a síkon az $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9$ szabályos kilencszög. Hány olyan különböző szabályos háromszög rajzolható a kilencszög síkján, amelynek legalább két csúcsa a kilencszög csúcsai közül való?

- A) 60 B) 66 C) 69 D) 72 E) 78

30. Legyen n egy 9-nél kisebb pozitív egész szám! Színezzük egy 5×5 -ös tábla minden mezőjét fehérre vagy feketére úgy, hogy minden 3×3 -as résztáblában pontosan n darab fekete mező legyen! Mi az n azon értékeinek a halmaza, amelyre elvégezhető a kívánt színezés?

- A) $\{1;8\}$ B) $\{1;2;7;8\}$ C) $\{1;2;3;6;7;8\}$ D) $\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$ E) üres halmaz

Összeállította: Erdős Gábor

Lektorálta: Kiss Géza

Ötletek, feladatjavaslatok: „Kangaroo Meeting 2010” résztvevői, Tbiliszi, Grúzia

A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány

cím: 8800 Nagykanizsa, Rozgonyi u. 23.

telefon: (93) 516153

e-mail: info@zalamat.hu

honlap: www.zalamat.hu