

Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny 2015

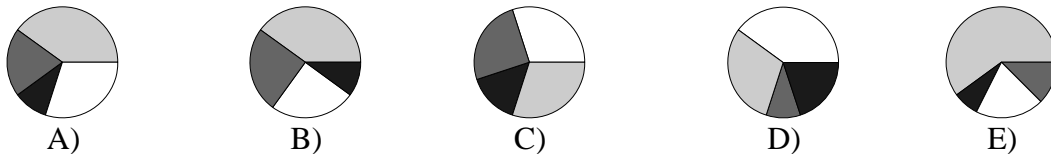
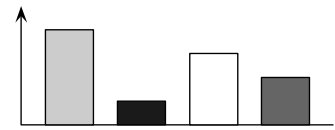
Feladatok 11-12. osztályosok részére

3 pontos feladatok

1. Az alábbiak közül melyikkel egyenlő tetszőleges a és b valós számra $(a-b)^5 + (b-a)^5$?
- A) $2(a-b)^5$ B) $2a^5 - 2b^5$ C) $2a^5 + 2b^5$ D) 0
 E) $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$

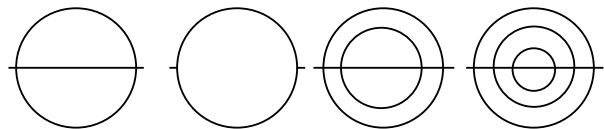
2. Hány valós gyöke van a $2^{2x} = 4^{x+1}$ egyenletnek?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) végtelen sok

3. Dóri az osztályával egy tanulmányi kiránduláson járt az erdőben. A jobb oldali oszlopdiaagramon ábrázolta az erdőben a megfigyelt négy fafajta gyakoriságát. Osztálytársa, Viki úgy gondolta, szemléletesebb, ha ugyanezt kördiagramon ábrázolja. Az alábbiak közül melyik Viki helyes ábrája, ha ugyanazt a fafajta ugyanazzal a színnel jelöli a diagramjában, mint Dóri?



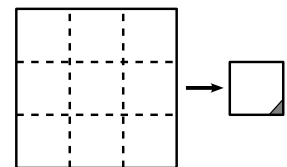
4. Összeadtuk a 2000-nél nagyobb, 2031-nél nem nagyobb pozitív egész számokat, majd az összeget elosztottuk 31-gyel. Mennyit kaptunk eredményül?
- A) 2012 B) 2013 C) 2015 D) 2016 E) más számot

5. A négy ábra közül hányat lehet lerajzolni úgy, hogy nem emeljük fel a ceruzánkat és egy már meghúzott vonalat nem húzunk meg újra? (A körívek és szakaszok metszéspontjain többször is áthaladhatunk.)



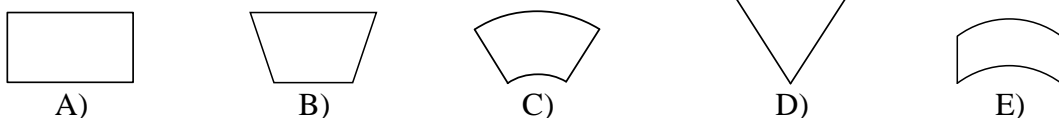
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Egy négyzet alakú papírlapot minden szaggatott vonal mentén összehajtunk, majd az így kapott kis négyzet valamelyik csúcsát levágjuk az ábrán látható módon. Ezután a lapot széthajtjuk. Hány lyuk lesz rajta? (Akinek nem egyértelmű: lyuk az, ami köré a szét-hajtás után a papírlapon egy kör rajzolható.)



- A) 0 B) 1 C) 2
 D) 4 E) 9

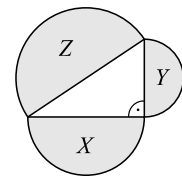
7. Egy csonkakúp alakú pohár palástját egyrétegűen szeretnénk befedni színes papírral. Milyen alakúra kell vágnunk a színes papírt?



- A) B) C) D) E)

8. Mennyi a $\sqrt{(2015+2015)+(2015-2015)+(2015 \cdot 2015)+(2015:2015)}$ kifejezés értéke?
 A) $\sqrt{2015}$ B) 2015 C) 2016 D) 2017 E) 4030

9. Egy derékszögű háromszög oldalaira mint átmérőkre kifelé félköröket rajzoltunk. Az egyes félkörök területe az ábrának megfelelően X , Y és Z . Az alábbi állítások közül melyik lesz biztosan igaz?



- A) $X + Y < Z$ B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ C) $X + Y = Z$
 D) $X^2 = Z \cdot Y$ E) $X^2 + Y^2 = Z^2$

10. Az a , b , c pozitív valós számok mértani közepe 3, az x , y , z pozitív valós számok mértani közepe pedig 12. Mennyi a hat említett szám mértani közepe? (n darab nem negatív valós szám mértani közepének nevezzük szorzatuk n -edik gyökét.)

- A) 4 B) 6 C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{15}{6}$ E) 36

4 pontos feladatok

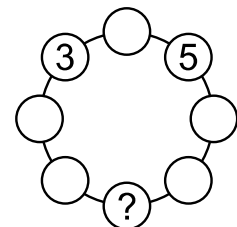
11. Egy konvex ötszögnek n tompaszöge van. Az alábbi halmazok közül melyik az n összes lehetséges értékeinek a halmaza?

- A) $\{4;5\}$ B) $\{1;2;3;4;5\}$ C) $\{2;3;4;5\}$ D) $\{3;4;5\}$ E) $\{0;2;5\}$

12. Hány részre darabolják a koordinátasíkot az $f(x) = 2 - x^2$ és a $g(x) = x^2 - 1$ függvények grafikonjai és az x tengely?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. Erika az ábra mindegyik körébe szeretne beírni egy-egy számot úgy, hogy a kitöltés után bármelyik körbe írt szám egyenlő legyen a két szomszédos körbe írt szám összegével. Két számot már be is írt. Melyik szám kerül a kérdőjel helyére?

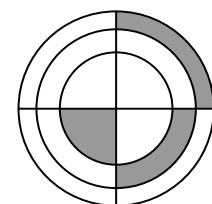


- A) -5 B) -16 C) -3
 D) 3 E) Nem lehet befejezni a kitöltést.

14. Az a , b , c , d és e páronként különböző pozitív egész számok. Melyik közülük a legnagyobb, ha a következőket tudjuk: $b = \frac{c}{e}$, $d = a + b$ és $a = e - d$?

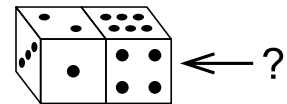
- A) a B) b C) c D) d E) e

15. Az ábrán három koncentrikus kör és a legnagyobb kör két egymásra merőleges átmérője látható. A szürkével jelölt részek területe megegyezik. A legkisebb kör sugarának hossza 1 cm. Hány cm^2 a másik két sugár hosszának a szorzata?



- A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 D) $2\sqrt{2}$ E) 6

16. Egy derékszögű háromszögben az egyik hegyesszög szögfelezője a szemközti befogót 1 cm és 2 cm hosszú szakaszokra osztja. Hány cm hosszú a szögfelező szakasz?
 A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$
17. Egy autókereskedő vásárolt két autót. Az egyiket 40%, a másikat 60% haszonnal adta tovább. A két autó együttes eladási ára 54%-kal volt több vételi áraik összegénél. Mennyi volt a két autó vételi árának aránya?
 A) 10:13 B) 20:27 C) 3:7 D) 7:12 E) 2:3
18. Gergőnek van egy szabályos dobókockája, melynek lapjain az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok láthatók. Marcinak viszont egy olyan kockája van, aminek három lapján 2-es, három pedig 5-ös szám szerepel. Mindegyikük a saját kockájával dob. Az nyer, aki nagyobbat dob. Ha ugyanannyit dobnak, akkor egyikük sem nyer. Mekkora valószínűséggel nyer Marci?
 A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{7}{18}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{11}{18}$
19. Mennyi a c paraméter számjegyeinek összege, ha az $x^2 - 85x + c = 0$ egyenlet mindkét valós gyöke pozitív prímszám?
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21
20. Két, a pöttyök elhelyezését tekintve egyforma szabályos dobókockát látsz az ábrán. Milyen szám lehet a jobb oldali kocka nem látható, kérdőjellel jelölt jobb oldali lapján? (Szabályos dobókockán az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok szerepelnek, és a szemközti lapokon lévő számok összege 7.)
 A) csak 5 B) csak 2 C) csak 2 vagy 5 D) 1, 2, 3 vagy 5
 E) csak 2, 3 vagy 5

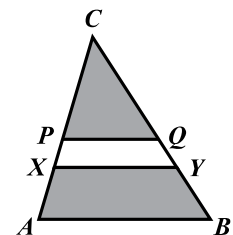


5 pontos feladatok

21. Az ábrán a 10-nél nem nagyobb pozitív egész számok szorzótáblájának egy részletét látod. Mennyi a teljes szorzótábla 100 szorzatának az összege?
 A) 1000 B) 2025 C) 2500
 D) 3025 E) 5500

x	1	2	3	...	9	10
1	1	2	3	...	9	10
2	2	4	6	...	18	20
3	3	6	9	...	27	30
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	9	18	27	...	81	90
10	10	20	30	...	90	100

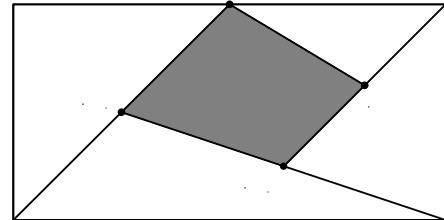
22. Hány olyan páronként nem egybevágó derékszögű háromszög van, amelynek egyik befogója 20 cm hosszú, és oldalainak hosszát cm-ben mérve a mérőszámok egész számok?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6
23. Az ABC háromszögben a PQ és az XY szakasz párhuzamos az AB oldallal. Az ábrán szürkével jelölt két sokszög területe egyenlő. Tudjuk még, hogy $CX : XA = 4 : 1$. Mennyi a $CP : PA$ arány?
 A) 1:1 B) 2:1 C) 3:1
 D) 3:2 E) 4:3



24. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amely felírható hét különböző 2-hatvány összegeként? (A 2-hatvány olyan hatvány, melynek alapja 2, kitevője pedig egész szám.)
 A) 84 B) 95 C) 110 D) 113 E) 120

25. Körben áll 96 gyerek az udvaron, mindenki a kör közepe felé néz. Valaki elkezd a számolást, 1-et mond. A tőle jobbra álló folytatja a 2-vel, az attól jobbra álló a 3-mal, és így tovább. Ha valaki mond egy számot, akkor utána a tőle jobbra álló mondja az eggyel nagyobb számot. Aki páros számot mond, az kiáll a körből. Addig folytatják ezt, amíg már csak 1 gyerek marad a körben. Milyen számot mondott először az, aki utoljára marad a körben?
- A) 1 B) 17 C) 33 D) 65 E) 95

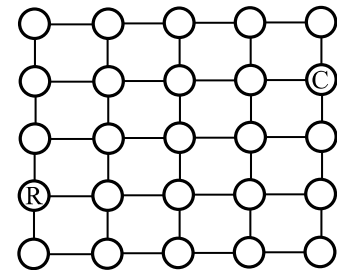
26. Az ábrán látható téglalapba rajzolt szürke négyszög csúcsainak mindegyike felezi azt az ábrán megrajzolt szakaszt, amelynek belső pontja. Hányad része a szürke négyszög területe a téglalap területének?



- A) $\frac{7}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{7}{32}$
D) $\frac{9}{32}$ E) $\frac{1}{5}$

27. Hány olyan hétjegyű pozitív egész szám van, amelyben az első négy számjegy szorzata 20, az utolsó négy számjegy szorzata pedig 15?
- A) 18 B) 36 C) 54 D) 72 E) 81

28. Egy kenguru az R (rajt) jelű mezőről indul. Minden ugrás során csak a vonallal jelölt irányokban haladva juthat valamelyik szomszédos mezőre. Egyik mezőre sem léphet egynél többször, az R jelűre sem léphet vissza útja során. Hányféleképpen tud eljutni pontosan 8 ugrással a C (cél) jelű mezőre?



- A) 60 B) 64 C) 80
D) 100 E) 100-nál több

29. Lali és Lili egymástól függetlenül a *KANGAROO* szóban a betűk helyett számjegyeket írtak. Egyforma betűk helyett egyforma számjegyeket, különböző betűk helyett különbözőket. A K betű helyett egyikük sem írt 0-t. Lali a lehetséges legnagyobb 11-gyel osztható számot kapta ezekkel a szabályokkal, Lili pedig a lehetséges legkisebb 11-gyel osztható számot. Az egyik betűt mindketten ugyanazzal a számjeggyel helyettesítették. Melyik ez a számjegy?
- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

30. Hány olyan 2-nél nagyobb, 100-nál kisebb n pozitív egész szám van, amelyre a következő szorzat értéke egy egész szám négyzete: $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$? (A szorzatnak $n - 1$ tényezője van, amelyeket úgy kaptunk, hogy 2-től n -ig mindegyik pozitív egész szám négyzetéből 1-et kivontunk.)
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3-nál több

Összeállította: Erdős Gábor

Lektorálta: Deli Lajos

Ötletek, feladatjavaslatok: „KSF International Annual Meeting 2014” résztvevői, Puerto Rico

A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány

cím: 8800 Nagykánizsa, Zrínyi u. 18.

telefon: (93) 502903

e-mail: info@zalamat.hu

honlap: www.zalamat.hu