

megyei forduló

# 12.

Összeállította: VARGA JÓZSEF középiskolai tanár  
Lektorálták: ERDŐS GÁBOR középiskolai tanár  
DR. PINTÉR KLÁRA főiskolai docens  
Feladatok, ötletek: ASZÓDINÉ PÁLFI EDIT általános iskolai tanár  
CSÁSZÁR SÁNDOR általános iskolai tanár  
CSORDÁS MIHÁLY általános iskolai tanár  
CSORDÁS PÉTER középiskolai tanár  
HÉJJA NORBERT általános iskolai tanító  
NÁDHÁZINÉ BORBOLA ÉVA középiskolai tanár  
RÓKA SÁNDOR középiskolai tanár  
SZÉKELI ANDREA általános iskolai tanár  
TÓTH SÁNDOR középiskolai tanár  
VARGA JÓZSEF középiskolai tanár  
VÉGH ERIKA középiskolai tanár  
ZSIROS PÉTER középiskolai tanár

1. Bogyó és Babóca egyik nap találkoztak, és a következőket állapították meg:

- Bogyó: 24 órával ezelőtt nem hétfő, nem szerda és nem péntek volt.
- Babóca: 24 óra múlva nem hétfő, nem kedd és nem csütörtök lesz.

Melyik nap találkozott Bogyó és Babóca?

- (A) *hétfő*      (B) *kedd*      (C) *szerda*      (D) *csütörtök*      (E) *péntek*

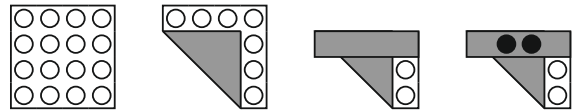
2. Firkász leírta azt a legnagyobb tizenkétjegyű pozitív egész számot, amelyben bármely két számjegy összege kisebb, mint 8. Mennyi a Firkász által leírt szám számjegyeinek összege?

- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 12      (E) 14

3. Mennyi az  $A \cdot P \cdot A$  szorzat, ha  $P + A + P + A = 2020$  és  $P + A + P - A = 2021$ ?

- (A)  $-\frac{2021}{4}$       (B)  $-\frac{2021}{8}$       (C)  $\frac{2021}{8}$       (D)  $\frac{2021}{4}$       (E)  $\frac{2021}{2}$

4. Egy négyzet alakú papírlapot két lépésben meghajtogattunk, majd a fekete körrel jelzett helyen kilyukasztottuk (lásd ábra). Ezután a lapot kihajtogattuk. Melyiket kaptuk, ha a lyukakat fekete körök jelölik?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

5. Dani egy  $3 \times 3$ -as négyzetrácsra 3 piros és 3 kék kockát rakott. A lerakott kockák előlről, hátulról, balról és jobbról nézve is piros-kék-piros vagy kék-piros-kék sorrendben láthatók. Melyik lehet a lerakott kockák felülnézeti képe? (A válaszokban a kék kockákat K, a piros kockákat P betű jelöli.)

- (A) 

P	K	P
K		K
P		

      (B) 

P	K	P
K		
	P	K

      (C) 

P	K	
K		P
	P	K

      (D) 

		K
K	P	P
	P	K

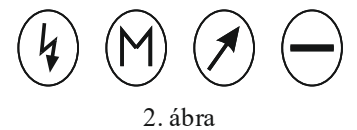
      (E) 

P	K	P
K	K	
	P	

6. Egy régészeti ásatáson furcsa kövekre bukkantak. A régészek rájöttek, hogy a köveken lévő jelek egy nyelv szavait tartalmazzák, és a nyelv használói a szavakból azok ragozása nélkül mondatokat alkottak. Néhány kövön lévő jel jelentését már megfejtették (lásd 1. ábra). Milyen mondatot alkothattak a 2. ábrán látható köveken lévő szavak?



- (A) *Viharban kecskére vadászni nem érdemes.*  
 (B) *Mamutra vadászni sok ember megy.*  
 (C) *Viharban megvadulnak a mamutok.*  
 (D) *Viharban nem vadászunk mamutra.*  
 (E) *A mamutok vihar idején alszanak.*



7. Az ábrán látható  $3 \times 3$ -as táblázatot Kati úgy tölti ki, hogy a táblázat minden sorában és minden oszlopában 21 legyen a három szám összege. Mennyi azoknak a számoknak az összege, amelyeket az üres négyzetekbe ír?

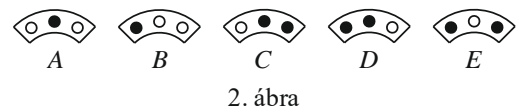
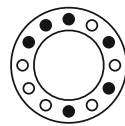
		11
	7	
3		4

- (A) 0      (B) 38      (C) 39      (D) 40      (E) 42

8. Egy számtani sorozat tagjai egész számok és a differenciája 2. Hány négyzetszám van a sorozat tagjai között?

- (A) 0      (B) 1      (C) *Végtelen sok.*      (D) *Véges sok, de 1-nél több.*  
 (E) *Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.*

9. Az 1. ábrán látható gyűrűt négy darabra szétvágtuk. Melyik a 2. ábrán az a darab, amelyik nem a szétvágás során keletkezett?



- (A) A      (B) B      (C) C  
 (D) D      (E) E

10. Mennyi az  $a$ ,  $b$  és  $c$  számok számtani közepe, ha  $2b - 6a = 40$  és  $c + 4a = 70$ ?

- (A) 30                      (B) 35                      (C) 40                      (D) 45                      (E) 50

11. Az ábrán 16 kisméretű négyzet látható. Hány olyan van közöttük, amelyeknek nincs olyan szomszédos kisméretű négyzete, amelyben páratlan szám áll? (Két kisméretű négyzet szomszédos, ha van közös oldaluk.)

2	0	2	0
0	2	1	0
2	0	0	2
1	2	0	2

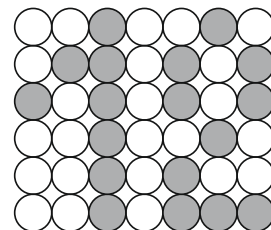
- (A) 4                      (B) 6                      (C) 8                      (D) 10                      (E) 12

12. A 4155; 4515; 6154; 6415 és 6514 számok közül kettőt beírunk az ábrán látható  $4 \times 4$ -es táblázat egy-egy sorába, két másikat pedig egy-egy oszlopába úgy, hogy minden fehér négyzetbe egy számjegy kerül és a négy fekete négyzet üresen marad. Melyik számot nem írjuk be, ha a \*-gal jelölt mezőre a négyes számjegy kerül?

			*

- (A) 4155                      (B) 4515                      (C) 6154                      (D) 6415                      (E) 6514

13. Az ábrán látható 42 kör mindegyike szürke vagy fehér színű. Peti ezek közül néhány szürke kört fehérre, néhány fehér kört szürkére színezett át úgy, hogy a színezés után minden szürke kör összes szomszédja fehér, és minden fehér kör összes szomszédja szürke lett. Hány kört színezett át Peti, ha a lehető legkevesebbet színezte át? (Két kör szomszédos, ha érintkeznek.)



- (A) 13                      (B) 14                      (C) 15                      (D) 17                      (E) 19

14. A hét törpe egy háromszemélyes asztalnál úgy ebédel meg, hogy egyszerre három törpe ülhet le enni, és ha valaki végzett, rögtön más ül a helyére. Hapci 17, Kuka 20, Morgó 27, Tudor 26, Szende 18, Szundi 29, Vidor 28 perc alatt ebédel meg. Először Hapci és Szundi ül le az asztalhoz. Ki legyen ekkor a harmadik, ha a hét törpe a lehető legrövidebb idő alatt ebédel meg?

- (A) Kuka                      (B) Hapci vagy Szundi                      (C) Tudor  
(D) Morgó vagy Vidor                      (E) Szende

15. Egy síkidom-készletben a következő alakzatok találhatók: 3 különböző háromszög és 8 különböző négyszög. Véletlenszerűen kiválasztunk belőle hármat. Mennyi a valószínűsége, hogy háromszög és négyszög is lesz a kiválasztottak között?

- (A)  $\frac{56}{165}$                       (B)  $\frac{57}{165}$                       (C)  $\frac{108}{165}$                       (D)  $\frac{109}{165}$                       (E)  $\frac{164}{165}$

16. Az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsából induló súlyvonala egyenlő hosszú az  $AB$  oldallal. A  $B$  csúcsnál lévő belső szöveget  $\beta$ , a  $C$  csúcsnál lévő belső szöveget  $\gamma$  jelöli. Mennyi  $\operatorname{tg} \beta$  és  $\operatorname{tg} \gamma$  hányadosa?

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

17. Az  $x^2 - 12x + c = 0$  és az  $x^2 + 26x + 4c = 0$  egyenletek egyik valós gyöke megegyezik. Mennyi a különböző gyökeik különbségének abszolút értéke?

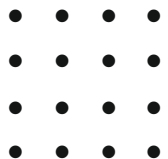
- (A) 14                      (B) 22                      (C) 38                      (D) 74  
(E) Az előzőek közül egyik sem.

18. Az  $ABCD$  paralelogramma  $BC$  oldalát  $C$ -n túl  $BC$ -vel meghosszabbítva az  $E$  pontot kapjuk. Az  $AE$  egyenes a  $CD$  szakaszt az  $F$  pontban, a  $BF$  szakasz az  $AC$  átlót a  $G$  pontban metszi. Hányad része az  $AFG$  háromszög területe a paralelogramma területének?

- (A)  $\frac{1}{18}$                       (B)  $\frac{1}{15}$                       (C)  $\frac{1}{12}$                       (D)  $\frac{1}{9}$                       (E)  $\frac{1}{6}$

19. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amely felbontható egy páratlan szám két páratlan szomszédjának szorzatára (például  $2021 = 43 \cdot 47$ )?

- (A) 11                      (B) 33                      (C) 34                      (D) 66                      (E) 67

20. Egy kocka négy csúcsa olyan szabályos tetraédert határoz meg, melynek felszíne  $1 \text{ cm}^2$ . Hány négyzetcentiméter a kocka felszíne?
- (A)  $\frac{4}{3}$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\sqrt{3}$       (D) 2      (E)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
21. A négyzetrácson kijelöltük egy  $3 \times 3$ -as négyzetrács 16 rácspontját (lásd ábra). Hány téglalapot határoznak meg a kijelölt rácspontok?
- (A) 14      (B) 32      (C) 36      (D) 42      (E) 44
- 
22. Egy téglalap rövidebb oldalának, hosszabb oldalának és területének mérőszámai egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A terület mérőszáma éppen a rövidebb oldal hosszának mérőszámával kisebb, mint a területé. Mennyi a téglalap területének a mérőszáma? (A téglalap oldalainak hosszát, területét centiméterben, területét négyzetcentiméterben mérjük.)
- (A) 12      (B) 18      (C) 24      (D) 27      (E) 40
23. Hány számot választhatunk ki az  $\{1; 2; 3; 4; \dots; 25\}$  halmazból úgy, hogy semelyik kettő szorzata ne legyen négyzetszám, és a kiválasztott számok száma a lehető legnagyobb?
- (A) 15      (B) 16      (C) 17      (D) 20      (E) 21
24. Hány olyan 3-mal osztható ötjegyű természetes szám van, melyben nem szerepel 2-nél nagyobb számjegy?
- (A) 27      (B) 36      (C) 48      (D) 54      (E) 81
25. Jancsi és Juliska egy százemeletes házban laknak, ahol minden emeleten 20 lakás van. A lakásokat az 1. emelet első lakásától kezdve sorban egyesével sorszámmal látták el egészen a 100. emelet 2000. lakásáig. (A földszinten nincsenek lakások.) Annak az emeletnek a sorszáma, ahol Jancsi lakása van egyenlő Juliska lakásának sorszámaival. Lakásaik sorszámainak összege 2021. Hányadik emeleten lakik Juliska?
- (A) 4.      (B) 5.      (C) 6.      (D) 7.      (E) 96.
26. Mennyi a  $(\log_{\sqrt{6}} 81) \cdot (\log_{\sqrt{27}} 216)$  szorzat?
- (A) 9      (B) 12      (C) 15      (D) 16      (E) 18
27. Az  $n$ ,  $k$  és  $m$  egymástól különböző pozitív egész számok és  $n < 100$ ,  $m < 100$ . Hány megoldása van az adott értelmezési tartományon az  $n^{\frac{1}{k}} = m$  egyenletnek?
- (A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 15  
(E) Az előzőek közül egyik sem.
28. Melyik a legnagyobb olyan  $n$  természetes szám, amelyre az  $A = \sqrt{37 + \sqrt{n}} + \sqrt{37 - \sqrt{n}}$  összeg egész szám?
- (A) 144      (B) 1000      (C) 1200      (D) 1296  
(E) Az előzőek közül egyik sem.
29. Melyik a legnagyobb olyan  $n$  természetes szám, amelyre a  $9^{(2^{2021})} - 1$  osztható  $2^n$ -nel?
- (A) 2020      (B) 2021      (C) 2022      (D) 2023      (E) 2024
30. Az  $ABCDEFGH$  szabályos nyolcszög oldala 2 egység. Két olyan négyzet van, melynek egyik csúcsa  $A$ , az ezzel szomszédos csúcsa illeszkedik a  $BC$  oldal egyenesére, és az  $A$ -val szemközti csúcsa illeszkedik a  $DE$  átmérőjű körvonalra. Az egyik az  $ACEG$  négyzet. Hány területegység a másik négyzet területe?
- (A)  $8\sqrt{2} - 4$       (B)  $5 + 2\sqrt{2}$       (C) 8      (D) 9      (E)  $12 - 2\sqrt{2}$