Bolyai János Matematika Verseny 1992.

Javítási útmutató 1. osztály

1. Legyen az eredeti szám A.

A kétszer egymás mellé írt szám $B = 1000 \cdot A + A =$ (2p)

$= 1001 \cdot A = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot A \Longrightarrow$ (2p)

$\Longrightarrow \dfrac{B}{7 \cdot 11 \cdot 13} = \dfrac{1001 \cdot A}{7 \cdot 11 \cdot 13} = A$ (2p)

Összesen : 6 pont

2. Az idősebb 1 perc alatt a távolság $\frac{1}{30}$-ad részét, a fiatalabb az $\frac{1}{20}$-ad részét teszi meg. (2p)

Az idősebb 5 perc alatt az út $\frac{5}{30}$-ad részét teszi meg. (2p)

A fiatalabb 1 perc alatt az út $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60}$-ad részét hozza be. (2p)

Az út $\frac{5}{30}$-ad részét $\frac{5}{30} : \frac{1}{60} = 10$ perc alatt hozza be. (2p)

Összesen : 8 pont

3. Nem , mert $T = \dfrac{a \cdot m_a}{2}$ miatt $\dfrac{a \cdot 10}{2} = \dfrac{b \cdot 20}{2} = \dfrac{c \cdot 30}{2}$ (2p)

Ebből $a = 3c$; $b = 3/2 \cdot c$ (2p)

$c + b > a$ (háromszög egyenlőtlenség)

$$c + \frac{3}{2} c > 3c$$

$\frac{5}{2} c > 3c$, tehát nem létezik (4p)

Összesen : 8 pont

4. a. $|4x| \cdot |x| = 1$

az absz. é. tul. miatt: $4 \cdot |x^2| = 1$ (2p)

$$x^2 = \frac{1}{4}$$ (2p)

$$x_1 = \frac{1}{2} \; ; \; x_2 = -\frac{1}{2}$$ (2p)

Összesen : 6 pont

b. ha $x \geq 0$, akkor $1 - x = x - a$ (2p)

$$x = \frac{1+a}{2} \geq 0$$ (3p)

$$a \geq -1$$ (1p)

ha $x < 0$, akkor $1 + x = x - a$

$$a = -1$$ (3p)

Az $a \geq -1$ paraméterértékek esetén van megoldás. (1p)

Összesen: 10 pont

5. Legyen n a fiúk által reggel kapott diók száma. Tehát a reggeli osztozkodás előtt $3n+1$ szem dió volt a zsákban. (2p)

Az utolsó aki éjjel felébredt, $\frac{3n+1}{2}$ szem diót evett meg, tehát előtte a zsákban $3 \cdot \frac{3n+1}{2}+1=\frac{9n+5}{2}$ (2p)

szem dió volt. Az előző fiú $\frac{1}{2} \cdot \frac{9n+5}{2}$ szemet vett el magának, s mielőtt hozzányúlt volna,

$$3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9n+5}{2} + 1 = \frac{27n+19}{4}$$ szem volt a zsákban. (2p)

Végül az első $\frac{1}{2} \cdot \frac{27n+19}{4}$ szem diót vett el magának az eredetileg a zsákban lévő

$$N = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{27n+19}{4} +1 = \frac{81n+65}{8} = \frac{80n+64}{8} + \frac{n+1}{8} = 10n+8+ \frac{n+1}{8}$$ (2p)

szem dióból. Mivel a diók számának egésznek kell lennie, ezért az $n+1$ feltétlenül osztható 8-cal. A legkisebb olyan n szám, amely ennek eleget tesz a 7, és ekkor $N=70+8+1=79$ (4p)

Összesen: 12 pont

Elérhető összesen : 50 pont

A feladatok elvileg különböző második megoldásáért a pontszám 50 %-a adható.