

Bolyai János Matematika Verseny feladatai 1989.

I. osztály

1. Alinak három edénye van, egy 4 mérős, egy 7 mérős és egy 10 mérős. A 10 mérős tele van borral, a másik kettő üres. Valaki megvesz tőle 5 mérő bort. Ali szeretné kimérni az eladott bort, de csak a saját edényei állnak rendelkezésre. Hogyan tegye ezt? Megoldható-e ugyanez a feladat abban az esetben, ha a 7 mérős edénye helyett 8 mérős edénye van?

6 pont

2. Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 12. A szám kisebb a számjegyei felcserélésével kapott szám felénél. Melyik ez a szám?

6 pont

3. Adott a síkban két egyenes, e és f . Szerkesszünk olyan 3 cm sugarú kört, amelynek középpontja e -n van, érintője pedig az f !

8 pont

4. Két város között a távolság 320 km. Egyidőben indult egymással szemben két vonat, az első városból 45 km/h, a másiktól 35 km/h sebességgel. Az első városból ugyanekkor elindult egy fecske 50 km/h sebességgel. Elrepült a szemben jövő vonatig, ott visszafordult és repült az első vonattal szemben. Ezzel találkozáskor ismét visszafordult és repült a másik vonattal szemben, és így tovább. Milyen távolságot repült be a fecske, míg a vonatok találkoztak?

8 pont

5. Szerkesszük meg az a, b, c oldalú háromszöget, ha adottak az $a + b$, $b + c$, $a + c$ hosszúságú szakaszok!

12 pont

Útmutató a versenydolgozatok értékeléséhez (1989.)

I. osztály

1. Az egyes edények tartalma egy-egy áttöltés után, ha az edények sorrendje: 10 mérős, 4 mérős, 7 mérős: 10, 0, 0; 6, 4, 0; 6, 0, 4; 2, 4, 4; 2, 1, 7; 9, 1, 0; 9, 0, 1; 5, 4, 1; 5, 0, 5.

4 pont

csupa páros mérőszámú edénnyel páratlant kimérni nem tudunk.

2 pont

6 pont

2. A számjegyek: x és $12-x$. A megoldandó egyenlőtlenség:

$$10x + (12 - x) < \frac{(120 - 10x) + x}{2}$$

2 pont

Ebből: $x < 3,55$; és x egész

2 pont

Így 1, 2 vagy 3 lehet, mivel a jegyek összege 12, ezért csak a 3 felel meg.

A szám tehát a 39.

2 pont

6 pont

3. A szerkesztés menetének leírása:

f -fel párhuzamos egyenespár, tőle 3 cm távolságra; a párhuzamosok metszik ki e -ből a középpontokat; a középpontokból f -re bocsátott merőlegek az érintési pontokat

3 pont

szerkesztés

3 pont

diskusszió $e \parallel f$ esetek vizsgálata, ha távolságuk 3 cm, illetve annál nagyobb, vagy kisebb

2 pont

8 pont

4. A két vonat együtt 80 km-t tett meg 1 óra alatt, a találkozásig megtették a 320 km-t, így 4 óra telt el az indulástól a találkozásig
a fecske 50 km/h sebességgel repülve 4 óra alatt 200 km-t tett meg a találkozásig.

4 pont

4 pont

8 pont

5. Az $a + b$, $b + c$, $a + c$ szakaszokat felmérjük egy g egyenesre D -től F -ig, megfelezzük DF -et, a felezőpont E .
Ekkor $DE = a + b + c$. Most D körül $b + c$, E körül $a + c$ sugárral kört rajzolva ezek DE -t B -ben ill. A -ban metszik.
Azaz $DA = (a + b + c) - (a + c) = b$, hasonlóan $BE = a$, $AB = c$.

6 pont

A keresett háromszög most már megszerkeszthető,
feltéve, hogy a kapott szakaszokra a háromszög-
egyenlőtlenségek teljesülnek.

5 pont

1 pont

12 pont