

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY - 1988. november

I. osztály

1. Jancsiól megkérdezték, hány testvére van. Jancsi így válaszolt: Pontosan annyi nővérem van, mint fivérem. Nővéreim mindegyikének feleannyi lánytestvére van, mint fiútestvére. Hány gyermeke van Jancsi szüleinek, és ebből mennyi a fiú és mennyi a lány?  
/6 pont/
2. Pistának 250 db, Gyulának 240 db bélyege van. Megnézték egymás bélyeggyűjteményét, majd ezután elkezdtek csereberélni. Végül is úgy történt ez meg, hogy Pistának minden 2 db bélyegéért Gyula 3 - 3 db bélyeget adott. A csere lebonyolítása után Pistának 22 db-bal több bélyege lett, mint Gyulának. Hány db bélyeget adott Pista Gyulának, Gyula pedig Pistának, és hány db bélyege lett végül a két fiúnak külön-külön?  
/8 pont/
3. Az ABC háromszög beírt köre érintse a háromszög oldalait rendre a P, Q, R pontokban. /P az AB oldalon, Q a BC oldalon legyen!/ Igazold, hogy az AP, BP és CQ szakaszok hosszának összege a háromszög kerületének felével egyenlő!  
/8 pont/
4. Az ABCD trapéz AB alapjának hossza 12,6 m, DC alapjának hossza 4,2 m. A trapéz magassága 3,2 m. Legyen az AC és DB átlók metszéspontja P pont. P pont a trapéz magasságát 1:1 arányban osztja. Számítsd ki az APD háromszög és a BPC háromszög területét! Határozd meg az ABP háromszög és a DCP háromszög területének arányát!  
/11 pont/
5. Melyik az a kétjegyű természetes szám, amelyet ha elosztunk 3-mal, 4-gyel vagy 7-tel, a maradék egváránt 2 ?  
/11 pont/
6. Hány nulla lesz a szám végén, ha összeszorozzuk az összes egész számot 1-től 100-ig ?  
/12 pont/

Az eredmények indoklás nélküli közlése nem értékelhető !

BOLYAI JÁNOS EGYEJI MATEMATIKA VERSENY - 1988. november

Megoldások

I. osztály

1. Legyen a fiuk és a lányok száma  $F$ ,  $L$ .  $F=L+1$  és  $F=(L-1) \cdot 2$  2 pont  
 Ezekből az egyenletekből  $F=4$  és  $L=3$  következik. 3 pont  
 ellenőrzés 1 pont  
összesen 6 pont
2. Pista  $x$  db bélyeget ad Gyulának.  
 $250-x+1,5x=240+x-1,5x+22$  2 pont  $x=12$  3 pont  
 Gyula 18 db bélyeget ad Pistának, így Pistának 256 db,  
 Gyulának 234 db bélyege lesz 2 pont  
 ellenőrzés 1 pont  
összesen 8 pont
3. A körhöz valamely külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlők. 3 pont  
 $AR+CQ+BP=AP+CR+BQ$   $AR+CQ+BP+AP+CR+BQ=k$  4 pont  
 A fentiekből következik az állítás 1 pont  
összesen 8 pont
4. Helyes ábra 1 pont  
 $T_{APD}=T_{BPC}=(4,2 \cdot 3,2)/2-(4,2 \cdot 0,8/2=5,04 \text{ /m}^2/$  5 pont  
 $T_{ABP}=15,12 \text{ /m}^2/$   $T_{DCP}=1,68 \text{ /m}^2/$  4 pont  
 hányadosuk 9 1 pont  
összesen 11 pont
5. Legyen a keresett szám  $x$   
 $3/ \ x-2$  és  $4/ \ x-2$  és  $7/ \ x-2$  4 pont  
 $[3 ; 4 ; 7] = 84$   $84/ \ x-2$  2 pont  
 Tehát  $x = 84k+2$  /  $k$  egész/ és  $x$  kétjegyű, ezért  $x = 86$  3 pont  
összesen 11 pont
6. A szorzat annyi 0-ra végződik, 10-nek ahányadik legmagasabb hatványával osztható. 4 pont  
 A 10 prímtényezői 2 és 5, ezeket kell összeszámlálni. 2 pont  
 Az 5-ös törzstényezőiből kevesebb van. 2 pont  
 A számok közül 20 osztható 5-tel, közülük a 25, 50, 75 és  
 a 100 25-tel is osztható, így 24-szer fordul elő az 5-ös  
 törzstényező, így a szám 10 24. hatványával osztható 4 pont  
összesen 12 pont