

II. osztály

Fogalmazványt nem kell készíteni ! Olvashatóan, szépen, tetszés szerinti sorrendben lehet megoldani a feladatokat, elkülönítve azokat egymástól.

A szükséges magyarázatokat szöveggel is közölje !

Gábor 3
 László 2
 Varga B
 Tóth G
 Csörgő M 11.A
 6 pont M.C

37

1./ Irja fel a

$$\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}} - \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

számot a lehető legegyszerűbb alakban !

6 pont

2./ Bizonyítsa be, hogy két páratlan szám négyzetének különbsége osztható 8-cal !

8 pont

3./ Három játékos kártyázik. A játék feltételei a következők:

- a./ mindegyik játszmában ketten nyernek, egy játékos veszít ;
- b./ a vesztes annyit köteles fizetni egy-egy nyerőnek, amennyi annak a pénze.

Mennyi pénzzel ültek le kártyázni, ha három játszma után, amelyből mindegyik játékos egyet veszített, egyformán 104 - 104 forintjuk volt ?

10 pont

4./ Adott téglalap köré rajzolj kört ! A téglalap csúcs-pontjaiban a körhöz húzd meg az érintőket !

Igazold, hogy ezek az érintők rombuszt határoznak meg! 12 pont

5./ Határozza meg az m paraméter értékét úgy, hogy az

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &= 4 \\ x + my &= m - 5 \end{aligned} \right\}$$

egyenletrendszer kielégítő x; y pozitív valós számok legyenek !

14 pont

A feladatok elvileg különböző második megoldásáért az eredeti pontszám fele adható /ahol tört lenne, felkerekíthető/.

Szombathely, 1990. november

Bolyai János Matematikai Társulat
 Vas Megyei Tagozata

Utmutó a versenydolgozatok értékeléséhez
II. osztály

- 1./ A nevező gyöktelenítése után: $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 4 p
- Ujra gyöktelenítve: $\sqrt{2} - 1$ 2 p
6 p
- 2./ A két páratlan szám: $2k - 1$; $2n - 1$
 $\sqrt{2k - 1} - \sqrt{2n - 1} =$ 2 p
- azonos átalakítás után: $4/k-n // k+n-1/$ 2 p
 $\sqrt{k-n}$ vagy $\sqrt{k+n-1}$ közül az egyik osztható 2-vel,
tehát a szorzat 8-cal. Indoklással együtt: 4 p
8 p
- 3./ Következtetéssel megoldva; a harmadik játszma után az
A,B,C játékosok mindegyikének 104 forintja volt.
Feltételezve, hogy az utolsó játszmát A vesztette el,
a harmadik játszma előtt: 208 Ft, 52 Ft, 52 Ft volt. 4 p
- Folytatva az okoskodást a második játszma után
104 Ft, 182 Ft, 26 Ft volt. 3 p
- A játék megkezdése előtt: 52 Ft, 91 Ft, 169 Ft volt 3 p
10 p
- 4./ Az érintők által meghatározott négyszög szemközti ol-
dalai párhuzamosak. 4 p
- Szemközti oldalak egyenlőek. 2 p
- A négyszög érintőnéyszög 2 p
- Az oldalakra felírt összefüggésekből következik, hogy a
két szomszédos oldala egyenlő. 4 p
12 p
- 5./ Azonos átalakítás után $y/3-2m/ = 14-2m$
- Ha $m = 3/2$, akkor az egyenletrendszernek nincs megoldása 4 p
- $y = \frac{2m-14}{2m-3}$; $x = \frac{m+15}{2m-3}$ 2 p
- $x > 0$, ha $m > \frac{3}{2}$ vagy $m < -15$ 3 p
- $y > 0$, ha $m > 7$ vagy $m < \frac{3}{2}$ 3 p
- x és y egyszerre akkor és csak akkor pozitív, ha
vagy $m < -15$ vagy $m > 7$. 2 p
14 p