

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

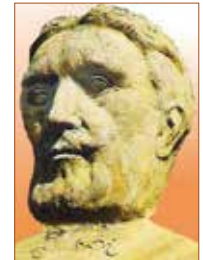
*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

**2014/15.**  
**Körzeti forduló**  
**11. osztály**



BOLYAI JÁNOS

**A rendezvény fővédnökei:**

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

**A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:**

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

**A honlap és az informatikai háttér működtetője:**

TASSY GERGELY középiskolai tanár

**A feladatsorok lektorálói:**

SZÁMADÓ LÁSZLÓ középiskolai tanár  
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

**Anyanyelvi lektor:**

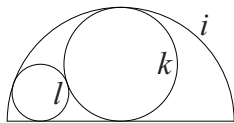
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Az  $[n; 3n]$  intervallumban található köbszám, ha  $n$  értéke  
(A) 2 (B) 7 (C) 10 (D) 28 (E) 2014
- Mely  $a$  valós szám esetén lesz igaz, hogy  $-a \in ]a^2; +\infty[$ ?  
(A) nincs ilyen  $a$  (B) mindig (C) ha  $a < -1$   
(D) ha  $a > 1$  (E) az előzőek egyike sem
- Az alábbiak közül melyik gyöke a  $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$  egyenletnek?  
(A) -5 (B) -2 (C) -1 (D) 1 (E) 2
- Egy kör alakú asztal körül igazmondók és hazugok ültek. Arra a kérdésre, hogy a tőle jobbra ülő szomszédja igazmondó-e, mindenki nemmel felelt. Ezután megkérdeztek két egymás mellett ülő embert, hogy hányan ülnek az asztalnál. Az egyik 13-at, a másik 14-et válaszolt. Hány ember ülhetett az asztal körül?  
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15  
(E) Ezekből az adatokból nem állapítható meg.
- Az ábra 6 cm sugarú  $k$  köre belülről érinti a 12 cm sugarú  $i$  félkört és annak átmérőjét. A kisebbik,  $l$  jelű kör kívülről érinti a  $k$  kört, belülről pedig az  $i$  félkört és annak átmérőjét. Hány centiméter az  $l$  jelű kör sugara?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 3-nál kevesebb
- Ha  $a + b + c > 0$ , és az  $ax^2 + bx + c = 0$  egyenletnek nincs valós gyöke, akkor  
(A)  $a - b + c < 0$  (B)  $a - b + c > 0$   
(C)  $4a - 2b + c < 0$  (D)  $4a - 2b + c > 0$  (E)  $c > 0$
- Egy turista Csitárba igyekezve olyan útelágazáshoz ért, ahol az innen továbbvezető két egyenes útszakasz egymással  $60^\circ$ -os szöveget zár be. Egy éppen ott pihenőtől megkérdezte: „Hogyan juthatok Csitárba?”. Az illető a következőképpen válaszolt: „A bal oldali úton egyenesen mész az innen 8 km-re lévő Borgóig, ahol az út jobbra elfordul derékszögben, és egyenest Csitárba visz. Azonban mehetsz másképpen is: elindulsz a jobb oldali úton, és amikor egyenesen haladva eléred a vasútvonalat, már megtetted az út felét. Ott balra fordulsz, és az egyenesen vezető vasút mellett eljutsz Csitárba.” Hány kilométert kell haladnia a két út valamelyikén a turistának, amíg Csitárba ér, ha a két út ugyanolyan hosszú?  
(A) 9 (B) 10 (C) 10-nél több (D) 12 (E) 16



- Az alábbiak közül mennyi lehet  $b$  értéke, ha egyszerre igaz, hogy  $\max(a, b + c) - \min(a, b + c) = 1$ ,  $\max(b, c + a) - \min(b, c + a) = 2$  és  $\max(c, a + b) - \min(c, a + b) = 3$ ? (A kifejezésekben  $\max(x, y)$  az  $x$  és  $y$  közül a nagyobbikat,  $\min(x, y)$  pedig a kisebbiket jelöli.)  
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
  - Ha egy  $ABCD$  szabályos tetraéder  $A$  csúcsából induló magasságának felezőpontja  $F$ , akkor az  $FAB$ ,  $FBC$  és  $FCA$  háromszögek mindegyike  
(A) hegyesszögű (B) derékszögű (C) tompaszögű  
(D) egyenlő szárú (E) szabályos
  - 10 fémgolyóból 2 radioaktív. Egy méréssel tetszőleges számú golyóról csak annyi állapítható meg, hogy van vagy nincs közöttük radioaktív golyó. (Ha van, akkor az nem állapítható meg egy méréssel, hogy egy vagy több ilyen golyó van). Az alábbiak közül hány méréssel állapítható meg biztosan, hogy melyik a 2 radioaktív golyó a 10 közül?  
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) az előzőek egyike sem
  - Az alábbiak közül mely négyszög darabolható egyetlen egyenessel két egymáshoz hasonló négyszögre?  
(A) bármely paralelogramma (B) bármely húrtrapéz (C) bármely trapéz  
(D) bármely deltoid (E) bármely húrnegyszög
  - Egy különleges óra mindkét mutatója egyforma, a mutatók egymástól nem különböztethetők meg. (Ezt leszámítva az óra minden másban megegyezik a hagyományos, 1-től 12-ig számozott, körlap alakú órákkal). Összesen hány olyan állása van a mutatóknak, amelyből nem állapítható meg egyértelműen az óra által mutatott idő?  
(A) 12 (B) 24 (C) 66 (D) 132 (E) 144
  - Adott a síkban 5 különböző pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre, és semelyik négy nem esik egy körre. Vizsgáljuk az ezen 5 ponttal mint csúcspontokkal meghatározható háromszögeket. Összesen hány háromszög alkotható a vizsgált háromszögek köré írt körök középpontjaiból? (Mindkét esetben a háromszögek mindhárom csúcsának a megadott pontok közül valónak kell lennie.)  
(A) 10 (B) 20 (C) 100 (D) 110 (E) 120
- A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**
- Rajzoljatok egy háromszög egyik oldala fölé kifelé egy tetszőleges körívet! E körív felezőpontján át húzzatok olyan egyenest, amely két egyenlő területű részre bontja a háromszög és a körszelet egyesítéséből álló síkidomot! (A rajzon lehessen követni a keresett egyenes szerkesztését, és indokoljátok meg, hogy miért felezi ez az egyenes a vizsgált területet!)