

# Bolyai János Matematika Verseny feladatai

2001-2002. tanév

## 9. évfolyam

1. A 0; 1; 2; 3; ... ;9 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával írja fel a legnagyobb 60-nal osztható tízjegyű számot! **8 pont**
2. Három darab  $\frac{30}{\pi}$  cm sugarú, henger alakú csövet egymás mellé állítunk úgy, hogy páronként érintsék egymást. Milyen hosszú zsinór kell az összekötősükhöz, ha a csomózáshoz 20 cm-t hagyunk? **10 pont**
3. Okos Pisti az iskolában a következőt meséli: „Képzeljétek, a nagyapámnak ma van a születésnapja. Találjátok ki, hány éves! Elárulom, hogy a nagypapa éveinek száma 50 és 80 között van, és megegyezik gyermekei és unokái számának összegével. Mi nagy család vagyunk, a nagypapa minden egyes gyerekének pontosan annyi gyereke van, mint ahány testvére.” Hány éves Pisti nagyapja? **10 pont**
4. Mekkora annak a derékszögű háromszögnek a területe, amelynek átfogója 20 egység, hegyesszögeinek aránya 1:5 ? **13 pont**
5. Egy gyárban a betanított és szakmunkások száma összesen 1440 fő. Az egyik jutalomosztásnál a betanított munkások 22,5%-a részesül jutalomban, a szakmunkásoknak pedig 18,75%-a, és így a munkásoknak összesen 20%-a kapott jutalmat. Hány betanított munkás és hány szakmunkás dolgozik a gyárban? **11 pont**

**BOLYAI JÁNOS MATEMATIKA VERSENY javítási útmutatója**  
2001/2002. tanév

**9. évfolyam**

1. Egy szám akkor osztható 60-nal, ha osztható 3-mal, 4-gyel és 5-tel  
 $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5$                        $(3;4;5;)_3 = 1$                       1 pont
- 3-mal egy szám akkor osztható, ha számjegyeinek összege osztható 3-mal  
 $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$      $3|45$                       1 pont
- Tehát a számjegyek megfelelőek                      1 pont
- 5-tel egy szám akkor osztható, ha 0-ra vagy 5-re végződik.                      1 pont
- 4-gyel akkor osztható egy szám, ha az utolsó két számjegyből álló kétjegyűszám osztható 4-gyel.                      1 pont
- Így az utolsó két számjegy:  
 20; 40; 60; 80.                      1 pont
- A lehető legnagyobb számot keressük, ezért a két utolsó jegy a lehető legkisebb legyen: 20                      1 pont
- A keresett szám: 9876543120                      1 pont

---

**8 pont**

2. Az ábrán látható keresztmetszetet vizsgálva könnyen belátható, hogy a zsinór a körökkel olyan íven érintkezik, amelyhez  $120^\circ$ -os középponti szög tartozik, így egy ív hossza a kör kerületének harmadrésze, vagyis                      1 pont

$$i = \frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot \frac{30}{\pi} = 20 \quad \text{2 pont}$$

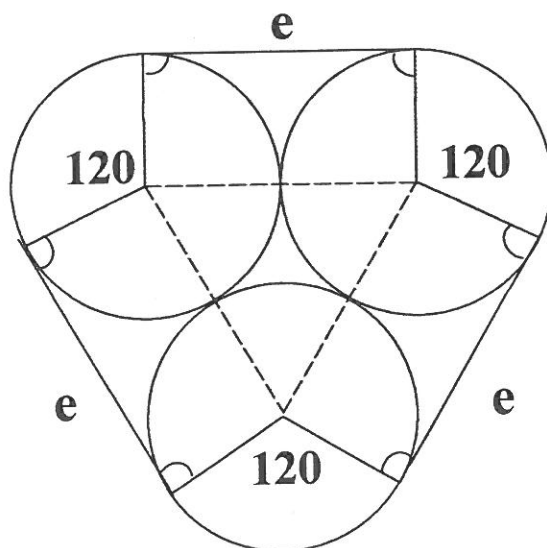
A zsinór hossza  $3e + 3i$ , ahol  $e$  két kör közös érintőszakasza, és hossza két kör középpontjának távolsága, vagyis                      1 pont

$$e = 2 \cdot \frac{30}{\pi} = \frac{60}{\pi} \quad \text{2 pont}$$

A szükséges zsinór hossza  $\frac{180}{\pi} + 60 + 20 = 137,3\text{cm}$ .                      2 pont

---

**10 pont**



3. Nagyapa:  $x$  éves

gyermekai száma:  $y$  fő

unokái száma:  $x - y$

gyerekek testvéreinek száma:  $y - 1$

$50 < x < 80$

unokák száma:  $y \cdot (y - 1) = y^2 - y$

$$y^2 - y = x - y$$

$y^2 = x$  a nagyapa életkora

50 és 80 közé eső négyzetszám, ami 64.

2 pont

2 pont

2 pont

2 pont

2 pont

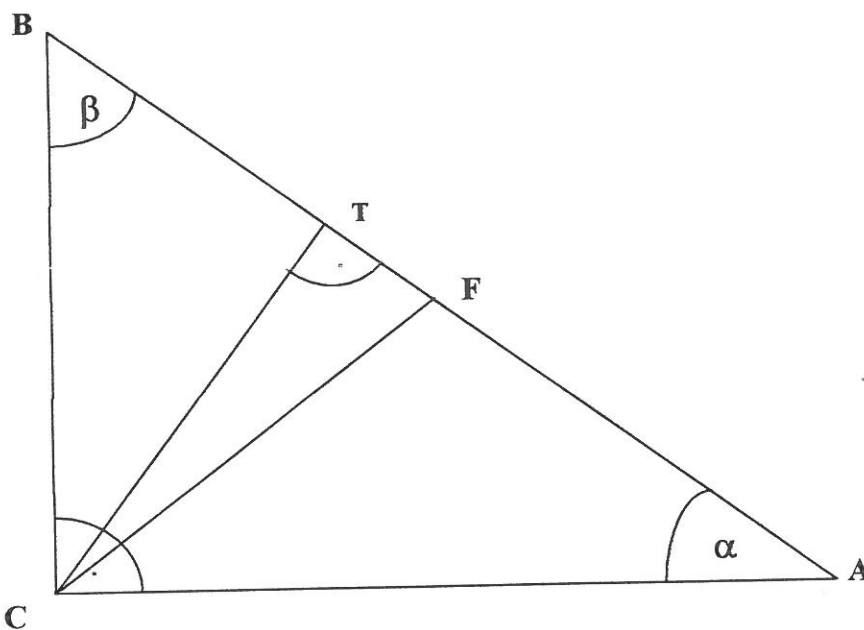
**10 pont**

4.  $\alpha : \beta = 1 : 5$

$\alpha + \beta = 90^\circ$ ;

$\alpha = 15^\circ$

2 pont



$CF = FA = FB = 10\text{cm}$ , mert F a derékszögű háromszög köré írható kör középpontja

CFA háromszög egyenlőszárú

$$\angle FCA = \angle CAF = \alpha = 15^\circ$$

$\angle CFA = 150^\circ$

$\angle CFT = 30^\circ$

CFT derékszögű háromszögben a hegyesszögek  $30^\circ$  és  $60^\circ$ .

Így

$$CT = \frac{CF}{2} = 5\text{cm}$$

$$t_{BCA} = \frac{AB \cdot CT}{2} = 50\text{cm}^2$$

3 pont

2 pont

1 pont

1 pont

3 pont

1 pont

**13 pont**

5. Betanított munkások száma:  $x$  fő
- szakmunkások:  $1440 - x$  fő 1 pont
- jutalmazott betanított munkások:  $\frac{22,5 \cdot x}{100}$  1 pont
- jutalmazott szakmunkások:  $\frac{18,75 \cdot (1440 - x)}{100}$  1 pont
- jutalmazott munkások száma:  $\frac{20 \cdot 1440}{100}$  1 pont
- $$\frac{22,5 \cdot x}{100} + \frac{18,75 \cdot (1440 - x)}{100} = \frac{20 \cdot 1440}{100}$$
- 2 pont
- rendezve  $3x = 1440$  2 pont
- $x = 480$  1 pont
- Az üzemben 480 betanított és 960 szakmunkás volt. 2 pont

---

**11 pont**