

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY FELADATAI

a 2000/2001. tanévben a

gimnáziumok és szakközépiskolák 9. évfolyama számára

A függvénytáblázaton és a számológépen kívül más könyv illetve segédeszköz nem használható. A feladatok megoldását kellően indokolni kell! Ügyeljünk az áttekinthető külalakra! A verseny időtartama 2 óra 30 perc.

1. 10 %-os árleszállítás után egy könyv 8 % -os haszonnal kerül eladásra. Hány százalék lett volna a bolt haszna az árleszállítás előtt?
8 pont
2. Egy kétjegyű szám számjegyeinek az összege 15. Ha a számot 11-gyel osztjuk, akkor a hányados megegyezik a szám utolsó számjegyével, a maradék pedig ennél 3-mal nagyobb. Melyik ez a szám?
8 pont
3. Hány fokos szöget zár be az óra kis- és nagymutatója 8 óra 20 perckor?
10 pont
4. Egy sakkversenyen mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Két versenyző lemondta a részvételét, ezért 17-tel kevesebb mérkőzésre kerül sor. Hány résztvevő lesz így?
12 pont
5. Az ABC egyenlő szárú háromszögben a szárak által bezárt $\angle BAC$ nagyobb 30° -nál. D a BC alap olyan pontja, amelyre $\angle BAD = 30^\circ$. E az AC szárnak az a pontja, amelyre $AE = AD$. Mekkora az $\angle EDC$?
12 pont

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY javítási

útmutatója a 2000/2001. tanévben a

gimnáziumok és szakközépiskolák 9. évfolyama számára

1. 10 %-os árleszállítás után egy könyv 8 % -os haszonnal kerül eladásra. Hány százalék lett volna a bolt haszna az árleszállítás előtt?

Megoldás:

Ha az eredeti eladási ár x , akkor az új $0,9x$.

Ez 1,08 szorosa a beszerzési árnak, tehát az $(0,9x)/1,08 = 5x/6$.

Eladási ár / beszerzési ár = $x : (5x/6) = 1,2$.

Tehát az eredeti haszon 20%.

Ellenőrzés

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

Össz.: 8 pont

2. Egy kétjegyű szám számjegyeinek az összege 15. Ha a számot 11-gyel osztjuk, akkor a hányados megegyezik a szám utolsó számjegyével, a maradék pedig ennél 3-mal nagyobb. Melyik ez a szám?

Megoldás:

Ha az egyesek helyén álló számjegyet x -szel jelöljük: a szám: $10(15-x) + x$ alakú.

A felírható egyenlet: $10(15-x)+x=11x+x+3$

Ebből: $x=7$

Tehát a keresett szám a 87.

Ellenőrzés

2 pont

2 pont

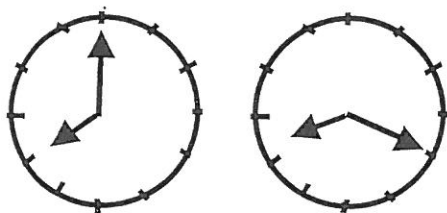
2 pont

1 pont

1 pont

Össz.: 8 pont

3. Hány fokos szöget zár be az óra kis- és nagymutatója 8 óra 20 perckor?



Megoldás:

8 órakor a két mutató 120° -os szöget zár be. 2 pont

1 óra = 60 perc alatt a nagymutató 360° -kal, a kicsi 30° -kal fordul el. 2 pont

Ezért 20 perc alatt a nagymutató 120° -kal, a kicsi 10° -kal fordul el. 2 pont

Így a köztük levő szög 110° -kal nő, $120^\circ + 110^\circ = 230^\circ$. 2 pont

Mivel a két szög közül a kisebbet szokás megadni a két mutató szögének,

ezért 8 óra 20 perckor a mutatók szöge 130° . 2 pont

Össz.: 10 pont

4. Egy sakkversenyen mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Két versenyző lemondta a részvételét, ezért 17-tel kevesebb mérkőzésre kerül sor. Hány résztvevő lesz így?

Első megoldás:

Ha eredetileg n résztvevőt vártak, akkor mindegyik játszott volna a többi $n-1$ résztvevővel. Ez $n(n-1)$ mérkőzés. De így minden meccset kétszer számoltunk, (mindkét résztvevőnél), ezért a mérkőzések száma csak $n(n-1)/2$.

Ha ketten lemondták a részvételt, akkor csak $n-2$ résztvevő lesz,

2 pont

ezért a mérkőzések száma $(n-2)(n-3)/2$. 1 pont

Ez 17-tel kevesebb mint az eredetileg tervezett mérkőzésszám:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{(n-2)(n-3)}{2} + 17 \quad 3 \text{ pont}$$

$$n(n-1) = (n-2)(n-3) + 34$$
$$n^2 - n = n^2 - 5n + 6 + 34 \quad 2 \text{ pont}$$

$$4n = 40$$
$$n = 10 \quad 1 \text{ pont}$$

Tehát eredetileg 10 résztvevőt vártak, de csak 8 lesz. 1 pont

Ell.: Eredetileg $(10 \cdot 9)/2 = 45$ mérkőzést terveztek, de csak $(8 \cdot 7)/2 = 28$ mérkőzés lesz. Ez valóban 17-tel kevesebb.

2 pont

Össz.: 12 pont

Második megoldás:

Ha eredetileg n résztvevőt vártak, és ketten lemondták a részvételt, akkor csak $n-2$ résztvevő lesz. 1 pont

Elmarad a két meg nem érkezett résztvevőnek az $n-2$ résztvevővel tervezett mérkőzése és a két hiányzónak az egymás elleni meccse.

Ez $2 \cdot (n-2) + 1$ mérkőzés. 3 pont

Mivel 17-tel csökken a mérkőzések száma, ezért

$$2(n-2) + 1 = 17 \quad 3 \text{ pont}$$

$$2(n-2) = 16$$

$$n-2 = 8$$

$$n = 10 \quad 2 \text{ pont}$$

Tehát eredetileg 10 résztvevőt vártak, de csak 8 lesz. 1 pont

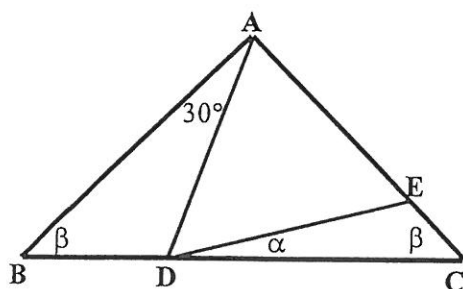
Ell.: 2 pont

5. Az ABC egyenlő szárú háromszögben a szárak által bezárt $\angle BAC$ nagyobb 30° -nál.

D a BC alap olyan pontja, amelyre $\angle BAD = 30^\circ$. E az AC szárnak az a pontja, amelyre $AE = AD$. Mekkora az $\angle EDC$?

Megoldás:

Legyen $\angle EDC = \alpha$, és mivel $AB = AC$, ezért $\angle ABC = \angle ACB = \beta$. 2 pont



AED szög az EDC háromszög külső szöge
ezért $\angle AED = \alpha + \beta$. 2 pont

ADC szög az ADB háromszög külső szöge,
ezért $\angle ADC = 30^\circ + \beta$ 2 pont

Ebből $\angle ADE = 30^\circ + \beta - \alpha$. 2 pont

$AD = AE$, ezért $\angle ADE = \angle AED$. 1 pont

$$30^\circ + \beta - \alpha = \alpha + \beta \quad 2 \text{ pont}$$

Ebből $\alpha = 15^\circ$.

1 pont

Össz.: 12 pont