5 F

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKAVERSENY feladatai, az 1996/97. tanévben
a szakközépiskolák és gimnáziumok 1. osztálya számára

A függvénytáblázaton és a számológépen kívül más könyv illetve segédeszköz nem használható. A feladatok megoldását kellően indokolni kell! Ügyeljünk az áttekinthető külalakra! A verseny időtartama 2 óra 30 perc.

1) Egy diák 2,5 óráig ment kerékpárral egyenletes sebességgel, majd vonatra ült, amelynek sebessége 3,5-szer nagyobb volt. A vonattal 1 óra 20 percig utazott és célba ért. Összesen 107,5 km utat tett meg. Mekkora sebességgel haladt, amikor kerékpáron ült?

12 pont

2) Egy nyári üdülés folyamán 7-szer esett az eső délelőtt vagy délután. Összesen 6 esőtlen délelőtt és 5 esőtlen délután volt. Hány napig tartott az üdülés?

10 pont

3) A réten 25 állat legelt. Háromszor annyi tehén volt, mint ló és kétszer annyi bárány, mint kecske. Tudjuk, hogy nem minden ló szőre volt egyforma színű. Melyik állatból hány legelt a réten?

16 pont

4) Az x szám 7-tel osztva 2, az y szám pedig 3 maradékot ad. Milyen maradékot ad 7-tel osztva xy?

12 pont

5) Az $AB = 2r$ átmérőjű félkörben rajzoljunk $A0 = B0 = r$ mint átmérő fölé félköröket. Mekkora annak a körnek sugara, amely ezt a három félkört érinti?

16 pont

6) Mutassuk meg, hogy a konvex négyszög átlóinak összege nagyobb, mint kerületének fele, de kisebb, mint a kerülete!

14 pont

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKAVERSENY
javítási-pontozási útmutatója az 1996/97. tanévben
a szakközépiskolák és gimnáziumok 1. osztálya számára

1) A kerékpáros sebessége $x(\frac{km}{h}) \Rightarrow$

A vonat sebessége: $3,5x(\frac{km}{h})$ (2 pont)

A kerékpárral megtett út $2,5h$ alatt: $2,5x(km)$

A vonattal megtett út $\frac{4}{3}h$ alatt: $\frac{4}{3}\cdot 3,5x(km)$ (4 pont)

$$2,5x + \frac{4}{3}\cdot 3,5x = 107,5$$

$$x = 15$$ (2 pont)

A kerékpáros sebessége $\underline{\underline{15\frac{km}{h}}}$ volt, amikor kerékpáron ült. (4 pont)

2) A napok első vagy második felének megkülönböztetését figyelmen kívül hagyhatjuk. Tehát 7 esős félnap volt és $5+6=11$ esőtlen félnap. (6 pont)
Összesen: $11+7=18$ félnap volt. (2 pont)
Tehát $\underline{\underline{9}}$ napig tartott az üdülés. (2 pont)

3) Legyen a lovak száma: x
a kecskék száma: y
Ekkor a tehenek száma: $3x$
a bárányok száma: $2y$ (4 pont)

$$x+y+3x+2y=25$$
$$4x+3y=25$$ (4 pont)

Az egyenlet megoldásai: $x=1 \quad y=7$
$x=4 \quad y=3$ (4 pont)
Mivel $x \geq 2$ /"Nem minden ló szőre egyforma színű"/, ezért $x=4$, $y=3$(2 pont)
Tehát $\underline{\underline{12}}$ tehén, $\underline{\underline{4}}$ ló, $\underline{\underline{6}}$ bárány és $\underline{\underline{3}}$ kecske legelt a réten. (2 pont)

4) A feltételek alapján:

$$x = 7k+2$$
$$y = 7n+3 \qquad k,n \ni z$$ (4 pont)

Tehát: $x\cdot y = (7k+2)\cdot(7n+3)$ (2 pont)

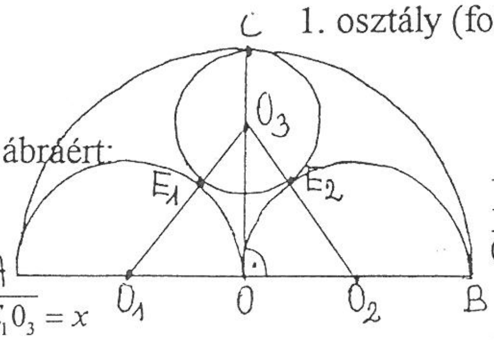
Átalakítás után:

$$x\cdot y = 7(7kn+2n+3k)+6$$ (4 pont)

Tehát a maradék: $\underline{\underline{6}}$ (2 pont)

5M

1. osztály (folytatás)



5) A helyes ábráért: (2 pont)

$\overline{A0} = \overline{0B} = r$

$\overline{00_1} = \overline{00_2} = \frac{r}{2}$

Legyen $\overline{E_1 0_3} = x$

$\overline{0_1 0_3} = \frac{r}{2} + x$ (4 pont)

$\overline{0_1 E_1} = \frac{r}{2}$

$\overline{0C} = r$

$\overline{0_3 C} = x$

$\overline{00_3} = r - x$ (4 pont)

$0_1 00_3$ derékszögű háromszögre Pitagorasz tételét alkalmazva:

$$\left(\frac{r}{2}\right)^2 + (r-x)^2 = \left(\frac{r}{2} + x\right)^2$$ (3 pont)

Az egyenlet megoldása: $\underline{\underline{x = \frac{r}{3}}}$ (3 pont)

6) Legyen AC és BD átlók metszéspontja: 0.

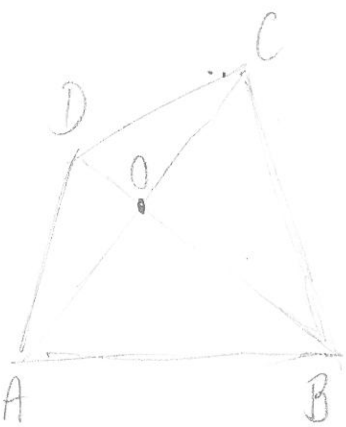
A háromszög egyenlőtlenség miatt:

$AB < A0 + B0$

$BC < B0 + C0$

$CD < C0 + D0$

$\underline{AD < A0 + D0}$ (4 pont)



$AB + BC + CD + AD < 2(A0 + B0 + C0 + D0)$ (2 pont)

$\underline{\underline{\frac{AB + BC + CD + AD}{2} < AC + BD}}$ (2 pont)

Másrészt:

$2AC < AB + BC + CD + AD$

$\underline{2BD < AB + BC + CD + AD}$ (2 pont)

$2(AC + BD) < 2(AB + BC + CD + AD)$ (2 pont)

$\Rightarrow \underline{\underline{AC + BD < AB + BC + CD + AD}}$ (2 pont)

A dolgozatokat a szaktanárok javítják, majd minden iskolából évfolyamonként és kategóriánként a legjobb három dolgozatot, és minden, az összpontszám 80 százalékát elérő dolgozatot Németh Sándor, a Bolyai János Matematikai Társulat Vas Megyei Tagozata titkára számára november 30-ig juttassák el. (Szent-Györgyi Albert Középiskola, Szombathely, Pázmány P. körút 28/A (az iskola új helyre költözött!). Az ünnepélyes eredményhirdetést decemberben, később meghatározandó napon tartanánk.