

BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKAVERSENY feladatai , 1995/96. tanév

A szakközépiskolák és a gimnáziumok 1. osztálya ,
a nyolcosztályos gimnáziumok 5. osztálya ,
a hatosztályos gimnáziumok 3. osztálya számára .

A függvénytáblázaton kívül más könyv nem használható, kalkulátor használható,
számítógép nem használható !

A feladatok megoldását kellően indokolni szükséges !

Ügyeljünk az áttekinthető külalakra !

időtartam 2 óra 30 perc

- 1./ Egy futár az A pontból a B -be megy állandó sebességgel . Bizonyos idő után a már megtett út úgy aránylik a még megteendő úthoz, mint 2:3 . Ha a futár még megtesz 10 kilométert, a már megtett út és a még hátralevő út aránya 6:5 . Mekkora utat kell összesen megtenni a futárnak, míg A-ból B-be jut ?
- 6 pont
- 2./ Egy egységnyi területű ABC háromszögben az ABC szög 30° , az ACB szög 60° . A BC szakasz felezőpontja F. Osszuk fel az AB szakaszt 3 egyenlő részre. Az osztópontokat jelölje D és E. Hányadrésze a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének ?
- 6 pont
- 3./ Öt gyermek az alábbi kijelentéseket teszi :
- András : Fiútestvérem hegedül .
Bea : Pontosán két testvérem van .
Csaba : Nincs fiútestvérem .
Dóra : Fiútestvérem első az osztályban .
Ernő : Leánytestvérem szereti a matematikát .
- Feltéve, hogy mindenki igazat mondott , és az állítások az öt gyerekre vonatkoznak, állapítsuk meg , hogy közülük kik testvérek !
- 8 pont
- 4./ Kati 1980-ban éppen annyi éves volt , mint születési éve számjegyeinek az összege. Melyik évben született Kati ?
- 8 pont
- 5./ Egy négyszög átlói merőlegesen egymásra , és a négyszög egymás utáni oldalai rendre 10 , 14 , 11 egység hosszúak. Mekkora a 4. oldal ?
- 10 pont

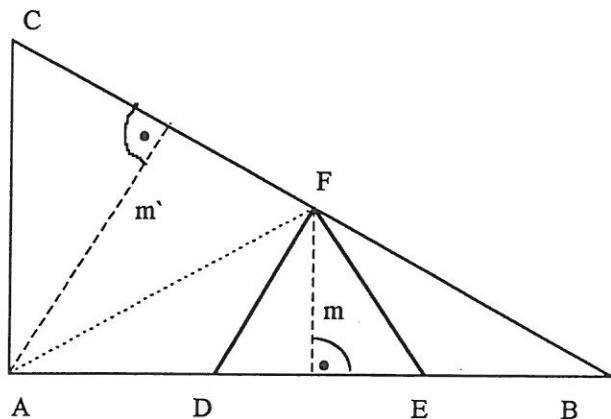
BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKAVERSENY feladatainak megoldása 1995/96.

A szakközépiskolák és a gimnáziumok 1. osztálya , a nyolcosztályos gimnáziumok 5. osztálya , a hatosztályos gimnáziumok 3. osztálya számára .

- 1., A már megtett és a még megteendő út legyen $2x$ illetve $3x$ (km). 2 p
 $10 \text{ km} - t$ még megtéve a két út $2x+10$ illetve $3x - 10$ (km) 1 p
 Ezek arányát ismerve : $\frac{2x+10}{3x-10} = \frac{6}{5}$ 1 p
 Innen $x = 13,75$ (km), ami megfelel a feladat feltételeinek. 2 p

összesen 6 pont

2.,



A $BCA \Delta$ és a $BFA \Delta$ A csúcshoz tartozó m' magassága közös , továbbá az A csúccsal szemközti alapok aránya 2:1, így $T_{ABF \Delta} = \frac{1}{2} T_{ABC \Delta}$.

2 p

Az $ABF \Delta$ és a $DEF \Delta$ F csúcshoz tartozó m magassága közös, és az F csúccsal szemközti alapok aránya 3:1, így $T_{DEF \Delta} = \frac{1}{3} T_{ABF \Delta}$.

2 p

Míndezekből $T_{DEF \Delta} = \frac{1}{6} T_{ABC \Delta} = \frac{1}{6} T_{ABC \Delta}$ 2 p

összesen 6 pont

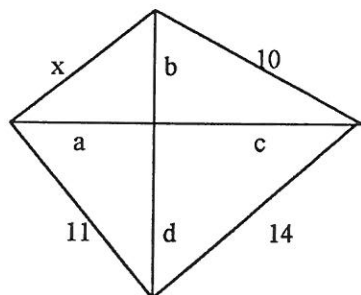
- 3., Csabának nincs fiútestvére, tehát leánytestvére lehet csak , Bea vagy Dóra lehet testvére. 1 p
 Andrásnak van fiútestvére , aki csak Ernő lehet , mert Csabának nincs fiútestvére. 1 p
 Ernőnek leánytestvére is van , aki tehát Andrásnak is testvére. 1 p
 Ennek a leánytestvérnek viszont két fiútestvére van. Ez a lány Bea lehet, mert neki két testvére van. 1 p
 Csabának Dóra lehet a leánytestvére , mert ha Bea lenne , akkor Bea fiútestvére Csabának is fiútestvére lenne, holott Csabának nincs fiútestvére . 2 p
 Tehát testvérek : András Bea és Ernő, illetve Csaba és Dóra. 2 p

összesen 8 pont

- 4., Kati életkora biztosan kisebb, mint 1999 számjegyeinek összege, tehát 28, ezért 1952 -nél később született. 1 p
 Legyenek a születési év számjegyei 1 , 9 , a , b , így életkora 1980 - ban $1+9+a+b = 10+a+b$ 1 p
 A feltétel szerint $1900+10a+b+(10+a+b) = 1980$, azaz $11a+2b = 70$ (*) 2 p
 Mivel $b \leq 9$ $2b \leq 18$, ezért a fenti egyenletből $52 \leq 11a \leq 70$, azaz $5 \leq a \leq 6$ 2 p
 A (*) egyenletből nyilván az a szám páros, így csakis 6 . 1 p
 Tehát Kati 1962 - ben született , és 1980 -ban 18 éves volt. 2 p

összesen 8 pont

5.,



ábra 1 p

Felírjuk a Pitagorasztételt:

$$x^2 = a^2 + b^2 \quad , \quad b^2 + c^2 = 100$$

$$c^2 + d^2 = 196 \quad , \quad d^2 + a^2 = 121$$

A második és negyedik összegéből levonva a

$$\text{harmadik egyenletet } a^2 + b^2 = 25$$

Tehát a negyedik oldal 5 egység 1 p

összesen 10 pont