

Bolyai János Matematika Verseny feladatai 1987-ben

I. osztály

1. Egy téglalap alakú papírlap oldalai 4 és 9 egység hosszúak. Vágjuk szét ezt a téglalapot két egybevágó részre úgy, hogy a kapott részeket alkalmas módon összeillesztve egy négyzetet kapjunk!

/6 pont/

2. Egy szekér 10 km/h sebességgel haladt. Kerékpáron 15 perc múlva indultak utána. Ujabb 15 perc eltelte után a kerékpáros több mint 1 km-rel a szekér mögött volt. Legfeljebb mekkora a kerékpáros sebessége?

/6 pont/

3. Emil, János, Károly és Rudolf futballoztak az udvaron, és betörték egy ablakot. Az eset kivizsgálásakor a következőket mondták:

- Emil: Az ablakot Károly vagy Rudolf törte be.
- János: Rudolf volt.
- Károly: Nem én tettem.
- Rudolf: én sem.

A tanáruk, aki jól ismerte a fiúkat, így szólt: "Hárman közülük mindig igazat mondanak." Ki törte be akkor közülük az ablakot?

/8 pont/

4. Vegyünk m gramm tömegű m %-os sóoldatot. Mennyi sót kell beletennünk, hogy $2m$ %-os oldatot kapjunk?

/8 pont/

5. Legyen ABCD olyan paralelogramma, amelynek AB oldala kétszer olyan hosszú, mint az AD oldal, és a közbezárt szög 60° . Legyen továbbá BEFC olyan rombusz, ahol az E pont az AB szakasznak a B-n túli meghosszabbításán fekszik. Melyik szakasz hosszabb, BD vagy BF? Készíts ábrát, és a válaszodat indokold!

/10 pont/

Utmutató a versenydolgozatok értékeléséhez

I. osztály

1. A szétvágás szemléltetése 4 p
 Az összeillesztés és indoklás 2 p
6 p
2. A megtett utakra felírt egyenlőtlenség, ha az időt órában mérjük, és x a kerékp.-os sebess.-t jelöli:

$$10 \cdot \frac{1}{2} > x \cdot \frac{1}{4} + 1$$
 4 p
 Ebből $x < 16$ km/h 2 p
6 p
3. Emilt, Jánost és Károlyt két tanuló gyanúsítja a válaszával. 2 p
 Így egyikük sem lehet a tettes, mert a tanár kijelentése szerint a tettet legalább három tanulónak kell gyanúsítania. 4 p
 Rudolfot Emil, János és Károly is gyanúsította, tehát csak ő törhette be az ablakot. 2 p
8 p
4. m g tömegű m %-os sóoldatban $m \cdot \frac{m}{100}$ g só van. 2 p
 Beleteszünk x g sót, és $2m$ %-os oldatot kapunk.
 Így az $(m+x)$ g oldatban $(m+x) \cdot \frac{2m}{100}$ g só lesz. 2 p
- $$(m+x) \cdot \frac{2m}{100} = m \cdot \frac{m}{100} + x$$
- 2 p
-
- Ebből
- $x = \frac{m^2}{2/50 - m/100}$
- ;
- $m \neq 50$
- 2 p
-
- 8 p
5. Helyes ábra. Legyenek G és H a D -ből és az F -ből az AB egyenesére bocsátott merőlegesek talppontjai, továbbá M a paralelogramma AB old-nak felezőpontja. 4 p
 Ekkor az AGD és az EHF háromszögek egybevágósága miatt $d_{AG} = d_{EH}$ 2 p
 Továbbá a DGB és a BHF háromszögek egybevágósága miatt $d_{BD} = d_{BF}$ 4 p
10 p