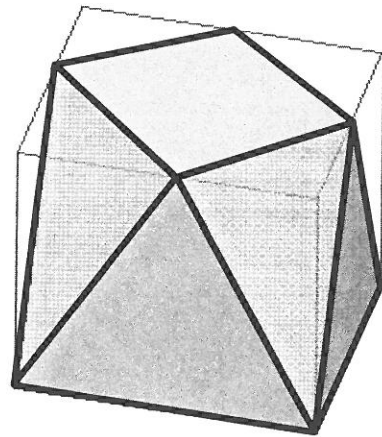


# 2012. évi Bolyai János Megyei Matematikaverseny

## 12. osztály

- Adott a következő kifejezés, melyben  $n$  egész számot jelöl:  $K(n) = 58n^2 + 16n + 26$ 
  - Mely  $n$  esetén közelíti meg legjobban  $K(n)$  értéke a 100 000 -et?
  - Írjon fel  $n$  segítségével két olyan egész számot, melyek négyzeteinek összege  $K(n)$ !

- Egy papírnehezéket úgy készítünk el, hogy egy 10 cm élű fakocka felső lapjának mindegyik oldalfelező pontját összekötjük a szemközti (alsó) kockalap hozzá legközelebbi két csúcsával, s ezen szakaszok mentén levágunk a kockából négy kis gúlát, melyek a kocka négy felső csúcsát tartalmazzák. Az ábrán szürke színűek az eredeti kocka élei, a keletkező testé pedig feketék.



- Határozza meg a papírnehezék felszínének pontos értékét!
- Határozza meg papírnehezék köré írt gömb sugarának pontos értékét!

- Adott a következő paraméteres egyenlet ( $\alpha$  valós paraméter):

$$(\sin^2 \alpha) \cdot x^2 + 5x + 25 \cos^2 \alpha = 0$$

- Adjuk meg azokat az  $\alpha$  értékeket, melyekre az egyenletnek egyetlen  $x$  megoldása van!
  - Mely  $x$  értékek nem lehetnek megoldásai az egyenletnek semmilyen  $\alpha$  esetén sem?
- A koordináta-rendszerben egy pozitív körüljárású ABCD téglalap csúcsa az A(3; 4) pont. Tudjuk, hogy  $AB=2AD$ , valamint hogy a B csúcs rajta van az  $e: x - 2y = 1$  egyenletű egyenesen, a D csúcs pedig rajta van a  $k: x^2 + y^2 = 85$  körön: Mik lehetnek a B, C, D csúcsok koordinátái?
  - Egy ABC háromszög két oldala centiméterben mérve  $AB=4+\lg 320$  és  $AC=1+\lg 800$ . A háromszög A csúcsánál fekvő  $\alpha$  szög belső szögfelezőjének felezőmerőlegese AB és AC oldalakat Q és R belső pontokban metszi. QR szakasz két részre vágja a háromszöget. Mekkora e két rész területeinek aránya?

*Mindegyik feladat 20 pontot ér.*