

1. Egy háromszög oldalainak aránya 4:5:6.
Bizonyítsuk be, hogy akkor a legnagyobb szög kétszer akkora, mint a legkisebb!
2. Hány oldalú az a sokszög, amelyben az egymás után következő belső szögek fokszámai olyan számtani sorozat elemei, amelynek első tagja 120° és különbsége 5° ?
3. Három párhuzamos egyenes közül a két szélső a középsőtől 2 cm illetve 3 cm távolságra van. Mekkora annak a szabályos háromszögnek az oldala, amelynek csücsai a párhuzamos egyeneseken vannak?
4. A Balaton vizén a parttól 300 m-re a csónakban tartózkodunk. A parton, a tartózkodási helyükről a partra bocsátott merőleges egyenes talppontjától 1000 m-re van a vasútállomás. Elérhetjük-e a 21 perc múlva induló vonatot, ha a vizeh a csónakkal percenként 48 m-t, a parton gyalogolva percenként 60 m utat teszünk meg?

1. a. hasonlóság erejéig meghatározandó az oldalak az arányszámok 1 pont
 $\cos \alpha$ és $\cos \gamma$ értékei $3/4$ illetve $1/8$ 4 pont
 majd $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 =$
 $= 2 \cdot 9/16 - 1 = 1/8 = \cos \gamma$ 4 pont
 Mivel α a legkisebb, így hegyes szög, így
 2α kisebb 180° -nál ezért
 $\cos 2\alpha = \cos \gamma$ azaz $2\alpha = \gamma$ 3 pont
 12 pont

2. A 120° -ból kiindulva és felhasználva a különbséget csak 4 pont adható.
 a sokszög szögösszegének felírásáért 2 pont
 a sz.s. összegképletéért 2 pont
 $\frac{n}{2} / 240 + 5/n - 1 / / = /n - 2 / 180^\circ$ 2 pont
 a gyökök $n_1 = 9$ $n_2 = 16$ 2 pont
 csak $n = 9$ jó stb...indoklás 2 pont
 10 pont

3. A középső egyenest x teng.-nek választva az egyik csúcsa az origó,
 a csúcsok koordinátái: $(0; 0)$; $(\sqrt{a^2 - 4}; 2)$; $(\sqrt{a^2 - 9}; 3)$ 2 pont
 $a^2 = 25 + (\sqrt{a^2 - 4} - \sqrt{a^2 - 9})^2$ 3 pont
 ennek megoldása $a = \sqrt{\frac{76}{3}}$ 2 pont
 ellenőrzés 3 pont
 12 pont

4. C csónak helye, T a merőleges talppontja,
 P a part egy pontja, A állomás
 $CP = \sqrt{x^2 + 300^2}$ így az idő $\frac{CP}{48}$ 1 pont
 $PA = 1000 - x$ " $\frac{1000 - x}{60}$ 1 pont
 $t =$ az előző kettő összege 1 pont
 deriválva $t' = \frac{x}{48\sqrt{x^2 + 300^2}} - \frac{1}{60}$ 4 pont
 kiszámítva a szé.helyét az $5 = \sqrt{x^2 + 300^2}$ -ből 3 pont
 10 pont