

Bolyai János Megyei Matematikaverseny - 1995.
 Javítási útmutató - gimnáziumok és
 szakközépiskolák 3. osztálya számára
 folytatás

4. feladat: Vizsgáljuk az $f(x) = \frac{4x^2}{(1-\sqrt{1+2x})^2}$ függvényt!

$$x \geq -\frac{1}{2} \text{ és } x \neq 0$$

1 pont

$$f(x) = \frac{4x^2(1+\sqrt{1+2x})^2}{(1-1-2x)^2} = (1+\sqrt{1+2x})^2$$

3 pont

az egyenlőtlenség az értelmezési tartományon ekvivalens az
 $(1+\sqrt{1+2x})^2 < 2x+9$ egyenlőtlenséggel

1 pont

$$2\sqrt{1+2x} < 7 \Rightarrow 4+8x < 49 \Rightarrow x < \frac{45}{8}$$

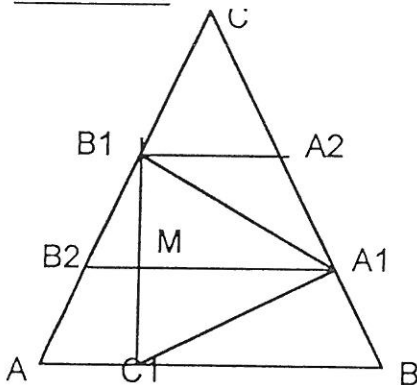
2 pont

Megoldás: $-\frac{1}{2} \leq x < 0$ és $0 < x < \frac{45}{8}$.

1 pont

8 pont

5. feladat:



A_1, B_1, C_1, A_2, B_2 és C_2 - harmadolópontok. ABC egyenlőszárú, ezért B_1C_1 merőleges AB -re,

2 pont

$C_1A_1B_1$ szög derékszög, a másik két szög 45 fokos.

2 pont

Legyen $AB=3a$ és $BC=3b$, M az A_1B_2 és B_1C_1 metszéspontja!

$$A_1M = C_1M$$

1 pont

$$A_1M = \frac{3a}{2}, \text{ mert trapéz középvonala}$$

2 pont

$$C_1M = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$$

2 pont

$$\frac{3a}{2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

1 pont

10 pont

Bolyai János Megyei Matematikaverseny - 1995.

Javítási útmutató - gimnáziumok és szakközépiskolák 3. osztálya számára

1. feladat:

Jelölje a csónak sebességét v ,
a folyó sebességét v_f !

Ekkor: $t(v+v_f) = 3$ és

$$t(v-v_f) = 2.$$

2 pont

Ebből: $\frac{v+v_f}{v-v_f} = \frac{3}{2}$, tehát $5v_f = v$.

1 pont

$$\frac{24}{v+v_f} + \frac{24}{v-v_f} = 2,5,$$

2 pont

$$v_f = 4 \text{ km/h}; v = 20 \text{ km/h}.$$

2 pont

7 pont

2. feladat:

$$1000a + 100b + 10c + d - 100a - 10b - c - 10a - b - a = 1995,$$

1 pont

$$889a + 89b + 9c + d = 1995.$$

Ha $a=3$, akkor $889a \leq 1995 \Rightarrow a \leq 3$

2 pont

Ha $a=1$, akkor $b=c=d=9$ esetén $889 + 89b + 9c + d \leq 1995 \Rightarrow a=2$

1 pont

Hasonlóan: $b=2, c=4, d=3$

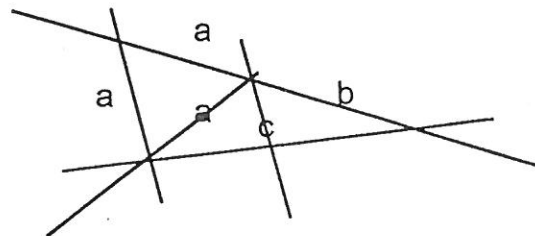
2 pont

$$\overline{abcd} = 2243$$

1 pont

7 pont

3. feladat:



3 pont

Hasonló háromszögek miatt:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{a}{c}$$

2 pont

ebből:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}.$$

1 pont

6 pont