Bolyai János Matematika Verseny feladatai 1987-ben

III. osztály

1. Egyszerűbb alakra hozás után számítsuk ki K értékét, ha

$$K = \frac{1 - a^2}{\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)\cdot\left(\frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a}\right)} - 1 \quad \text{és} \quad a = \frac{1}{2}$$

/6 pont/

2. Legalább mennyivel osztható az $N = n^5-5n^3+4n$, ha n pozitív egész?

/6 pont/

3. Egy egyenlőszárú háromszög egyik szöge 120°-os, beírt körének sugara 3 cm. Mekkorák a háromszög oldalai?

/8 pont/

4. Adva vannak valamely paralelogramma oldalait tartalmazó egyeneseknek metszéspontjai egy a síkjában levő egyenessel, továbbá egyik oldalának hossza és a két oldal hajlásszöge. Szerkesszük meg az idomot/
/Esetleg derékszögűre először./

/8 pont/

5. Bizonyítsuk be, hogy a $2x+3y$ és a $9x+5y$ kifejezések x és y ugyanazon egész számú értékeire oszthatók 17-tel!

/10 pont/

Utmutató a versenydolgozatok értékeléséhez

III. osztály

1.	A K kifejezés egyszerűbb alakra hozása /nevező-gyök-telenítéssel v. közös nevezőre hozással/	4 p
	A kifejezés értelmezésére tett kikötések	1 p
	A $K = \frac{2a}{1-a}$ értéke $a = \frac{1}{2}$ -re $K = 2$	1 p
		6 p
2.	Az $N = n^5-5n^3+4n$ tényezőkre bontása	
	$N = /n-2//n-1/n/n+1//n+2/$ alakra	3 p
	Hogy öt szomszédos egész szám szorzata	1 p
	A lehetséges osztók elemzése és a minimális osztó - a 120 - megállapítása	2 p
		6 p
3.	Jó rajz és annak megállapítása, hogy az alapon fekvő szögek 30-30 fokosak	2 p
	Valamely célravezető egyenlet felírása	2 p
	Megoldása	2 p
	A helyes eredmények: $m = 2\sqrt{3}+3$; $b = 2/2\sqrt{3}+3/$ a szár $a = 6\ /2+\sqrt{3}/$ az alap	2 p
		8 p
4.	Rendes, célravezető vázlat	2 p
	A megoldás felismerése derékszögű esetre	2 p
	Látókörív általános esetre	v. 4 p
	Elemzés és megoldás	2 p
	Maximum	8 p
5.	A $\begin{array}{l} 2x+3y = u \\ \underline{9x+5y = v} \end{array}$ egyenletrendszer fölírása	2 p
	$\begin{array}{l} 8x+12y = 4u \\ \underline{9x+\ 5y = v} \\ 17/x+y/ == 4u+v \end{array}$	4 p
	Elemzés és a kívánt bizonyítás	4 p
		10 p
	Diophantikus egyenletrendszerrel is	10 p