

1. Oldjuk meg az egyenletet:

$$9^x - 4^x - \frac{1}{2} = 4^{x+1} - 3^{2x-1}$$

2. Egy derékszögű háromszög egyik hegyes szöge α .
A beírt kör sugara r , a körülírt kör sugara R .

Hogyan kell megválasztani α -t, hogy

R/r arány minimális legyen?

3. Határozzuk meg azokat a másodfokú egyenleteket, amelyeknek gyökei két egymás után következő egész szám négyzetei és a két gyök mértani középárányosa eggyel nagyobb, mint a gyökök különbsége!

4. Legyen a szabályos háromszög köré és beírt körök területének különbsége T .

Mekkora a szabályos háromszög területe?

1. Oldjuk meg az egyenletet:

$$9^x - 4^x - \frac{1}{2} = 4^{x+1} - 3^{2x-1}$$

2. Egy derékszögű háromszög egyik hegyes szöge α .
A beírt kör sugara r , a körülírt kör sugara R .

Hogyan kell megválasztani α -t, hogy

R/r arány minimális legyen?

3. Határozzuk meg azokat a másodfokú egyenleteket, amelyeknek gyökei két egymás után következő egész szám négyzetei és a két gyök mértani középárányosa eggyel nagyobb, mint a gyökök különbsége!

4. Legyen a szabályos háromszög köré és beírt körök területének különbsége T .

Mekkora a szabályos háromszög területe?

1. Oldjuk meg az egyenletet:

$$9^x - 4^x - \frac{1}{2} = 4^{x+1} - 3^{2x-1}$$

1. a negatív és törtkitevő ... alkalmazva rendezve 2 pont

$$\frac{4}{3} 3^{2x} = \frac{9}{2} 4^x$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x}$$

$$x = 3/2 + ell.$$

2 pont
2 pont
3 pont

2. az ábra helyes elkészítéséért 4 pont

$a = c \cdot \sin \alpha$; $b = c \cdot \cos \alpha$; $c = 2R$

$r = \frac{a + b - c}{2}$ 3 pont

$r = r / (\sin \alpha + \cos \alpha - 1)$

$\frac{R}{r} = \frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha - 1}$ min, ha $\sin \alpha + \cos \alpha$ max. 1 pont

$1 / (\sin \alpha + \cos \alpha) - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1$ 3 pont

$\sin \alpha + \cos \alpha$ max, ha $\sin 2\alpha = 1$

így $\alpha = 45^\circ$ 1 pont

12 pont

3. felírva a gyököket $y_1 = x^2$ $y_2 = \sqrt{x+1}/2$ 2 pont

ezekre vonatkozó a szövegbeli összefüggést 2 pont

megoldva a kapott $x^2 - x - 2 = 0$ egyenletet 4 pont

az egyik eredmény $y^2 + 13y + 36 = 0$ 2 pont

a másik $y^2 - y = 0$ 2 pont

12 pont

4. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ és $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ 2 pont

a körök területének különbségét felírva 2 pont

összevonva 2 pont

az eredmény $t = \frac{\pi\sqrt{3}}{11}$ 3 pont