

# BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY FELADATAI

a 2000/2001. tanévben a

gimnáziumok és szakközépiskolák 10. évfolyama számára

*A függvénytáblázaton és a számológépen kívül más könyv illetve segédeszköz nem használható. A feladatok megoldását kellően indokolni kell! Ügyeljünk az áttekinthető külalakra! A verseny időtartama 2 óra 30 perc.*

1. Béla olyan telket keres, amely pontosan vízszintes, és amelynek négy határvonala van. Két határvonalnak pontosan észak-déli, a másik kettőnek pedig pontosan kelet-nyugat irányban kell haladnia. Mind a négy határvonalnak pontosan 40 m a hossza. Vásárolhat-e Magyarországon Béla ilyen telket?

6 pont

2. Oldd meg a következő egyenletrendszer:

$$\left. \begin{array}{l} x + 7y + 3v + 5u = 16 \\ 8x + 4y + 6v + 2u = -16 \\ 2x + 6y + 4v + 8u = 16 \\ 5x + 3y + 7v + u = -16 \end{array} \right\}$$

8 pont

3. Adott négyzetbe beírt négyzet csúcsai az eredeti négyzet oldalain fekszenek, és oldalai az eredeti négyzet oldalaival 30°-os szöget alkotnak. A beírt terület az adott négyzet területének hányad része?

10 pont

4. Két konvex szög különböző síkban fekszik. Egy-egy száruk párhuzamos és azonos irányú. Bizonyítsd be, hogy a két szög egyenlő!

12 pont

5. Béla, Péter és Pál együtt utazik. Péter és Pál jó gyalogló; mindegyikük 5 km-t tesz meg óránként. Bélának fáj a lába, és egy kis kocsit vezet, amelyben ketten férnek el, de hárman már nem; a kocsit 32 km-t tesz meg óránként. A három barát módszere a következő: együtt indulnak, Pál Bélával a kocsiban, Péter gyalog. Egy idő múlva Béla leteszi Pált, aki gyalog megy tovább; Béla visszafordul, felveszi Pétert. Amikor utoléri Pált, újra cserélnek, Pál ül be a kocsiba és Péter gyalogol éppúgy, mint elindulásakor. Az egészet annyiszor ismétlik, ahányszor szükséges.

a. Mekkora utat (hány km-t) tesz meg a társaság óránként?

b. Az utazási idő hányad részében utazik csak egy ember a kocsiban

14 pont

# BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY javítási

útmutatója a 2000/2001. tanévben a

gimnáziumok és szakközépiskolák 10. évfolyama számára

1. A keresett telket két hosszúsági és két szélességi kör ívei határolják. 3 pont  
 A telek középpontja csak az Egyenlítőn lehet, tehát a válasz: nem. 3 pont  
**6 pont**

2. Az első és az utolsó, ill. a második és a harmadik egyenletet összeadva:

$$\left. \begin{aligned} 6(x+u) + 10(y+v) &= 0 \\ 10(x+u) + 10(y+v) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$x+u=0; y+v=0$$

2 pont  
 2 pont

Az első kettőbe visszahelyettesítve:

$$\left. \begin{aligned} -4x + 4y &= 16 \\ 6x - 2y &= -16 \end{aligned} \right\}$$

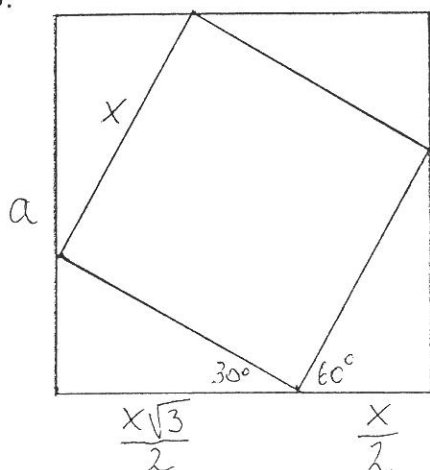
$$x=-2; y=2, u=2; v=-2$$

2 pont  
 1 pont

Ellenőrzés.

1 pont  
**8 pont**

3.



Az ábra.

5 pont

$$a = \frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{x}{2}$$

$$2a = x(\sqrt{3} + 1)$$

$$x^2 = \frac{4a^2}{(\sqrt{3} + 1)^2} = 2(2 - \sqrt{3})a^2$$

5 pont

**10 pont**

