Bolyai János Matematika Verseny feladatai

10. évfolyam

1998.október 29.

1. Egy konvex sokszög belső szögeinek összege $p\pi$,ahol $p<2000$ prímszám ,melynek számjegyeinek szorzata 243 és két utolsó számjegye különböző. Hány oldalú a sokszög? 16 pont

2. Mennyi $a+b+c+d$ értéke, ha
$$6a+2b=3848$$
$$6c+3d=4410$$
$$a+3b+2d=3080\ ?$$
12 pont

3. Jancsi egy doboz bonbont vitt ajándékba Juliskának. A dobozba három fajta bonbont csomagoltak: rumost, kávést és dióst, és a dobozon levő felirat szerint bárhogyan veszünk ki három bonbont, lesz közöttük rumos. A boltban azt is mondták Jancsinak, hogy bárhogy vesz ki a dobozból három bonbont, lesz közöttük kávés. Mikor Jancsi ezt elmondta Juliskának, az kissé csalódottan így szólt:
-Így az is igaz, hogy bárhogyan veszek ki hármat, lesz közöttük diós is.
–Ez egyáltalán nem biztos – felelte Jancsi.
Melyiküknek volt igaza ? 10 pont

4. Egy paralelogramma kerülete 48cm, magasságainak aránya 5:7 . Mekkorák az oldalai? 12 pont

5. Mekkora a rombusz oldala ,ha beírható körének sugara 2 cm és az egyik átló a rombuszt szabályos háromszögekre bontja? 10 pont

10.évfolyam megoldások
1998-99-es tanév

1. Az n oldalú sokszög belső szögeinek összege $(n-2)180^0 = p\pi$ **4** pont

$$(n-2)180^0 = p180^0$$ **1** pont

$$n-2=p$$ **1** pont

p számjegyeinek szorzata: $243=3^5$ ezért számjegyei 1,3,9,9 lehetnek **3** pont

p <2000 , így a következő számok fordulhatnak elő:

1399, két utolsó jegye azonos, tehát nem megoldás **2** pont

1939=7*277 nem prím, tehát ez sem megoldás **2** pont

1993 prímszám, tehát ez megoldás **2** pont

$n-2=1993$ $\Rightarrow$ **n = 1995** **1** pont

2.Az első egyenletet osztom 2-vel, 3a+ b =1924
a másodikat 3/2-del. 4c+2d=2940
a+ 3b+2d=3080 .
Egyenleteket összeadva 4(a+b+c+d)=7944 .
Így **a+b+c+d=1986.** **12** pont

3..Ha hihetünk a feliratnak, akkor a dobozban együttvéve legfeljebb két nem rumos bonbon lehetett. Ellenkező esetben ugyanis megeshet, hogy éppen három ilyen akad a kezünkbe. A feladat szövegének első mondata szerint így pontosan egy diós és pontosan egy kévés bonbon volt a dobozban. A boltban hallottak alapján ugyanez mondható el a rumos és a kávés bonbonokról is, és így már érthető lehet Juliska csalódottsága: összesen három bonbont kapott, minden fajtából egyet-egyet. Így természetesen Juliskának volt igaza. **10** pont

4. A paralelogramma oldalai : a és b
K=2(a+b) $\Rightarrow$ a+b=24 **2** pont

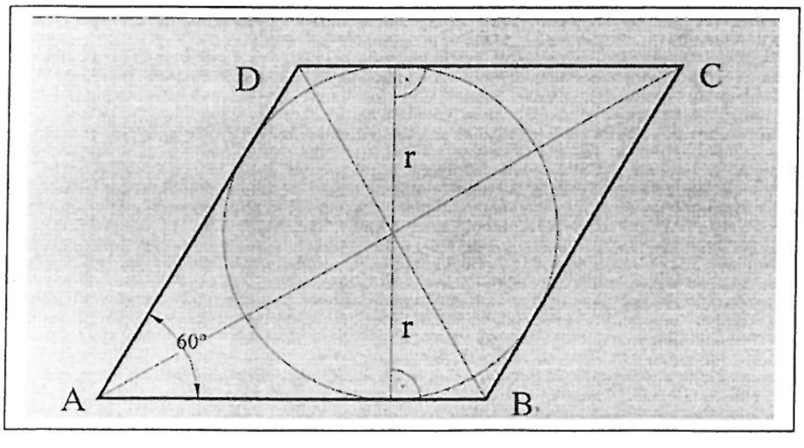
$\dfrac{m_a}{m_b}=\dfrac{5}{7}$ kifejezésből és a paralelogramma területéből:

$m_a * a = m_b * b \Rightarrow \dfrac{m_a}{m_b}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{7}$ **6** pont

Az $a+b=24$
$\dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{7}$ egyenletrendszer megoldása ***a=14cm* és *b=10cm*** **3** pont

ellenőrzés: **1** pont

5.



A rombusz magassága
m=2r=4cm
ABD szabályos
háromszögből: m=$AB\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

AB=$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ **10** pont