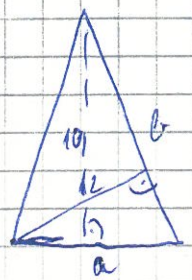
II. osztály (1988)

(1)



$$\frac{10a}{2} = \frac{12b}{2}$$

$$a = 1{,}2b$$

$$b^2 = 10^2 + (0{,}6b)^2$$

$$0{,}64b^2 = 100$$

$$b = 12{,}5\,\text{cm} \qquad a = 15\,\text{cm}$$

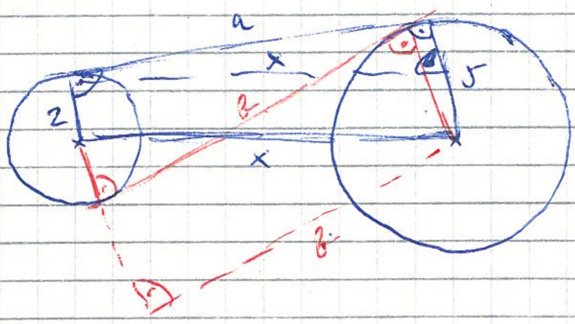
(2)

$$\sqrt6 - \left(\sqrt{2-\sqrt3} + \sqrt{2+\sqrt3}\right)$$

$$\left(\sqrt{2-\sqrt3} + \sqrt{2+\sqrt3}\right)^2 = 2-\sqrt3+2+\sqrt3+2\sqrt{(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)} = 4+2\cdot\sqrt{4-3} = 6$$

$$\rightarrow \sqrt6 - \sqrt6 = 0$$

(3)



$$\cancel{x^2+3^2=2x}$$

$$x^2 = a^2+3^2 \longrightarrow a^2 = x^2-9$$

$$x^2 = b^2+7^2 \longrightarrow b^2 = x^2-49$$

$$\sqrt{x^2-9} = 1{,}5\cdot\sqrt{x^2-49}$$

$$x^2-9 = 2{,}25x^2-110{,}25$$

$$101{,}25 = 1{,}25x^2$$

$$x = 9\,\text{cm}$$

(4)

(5)

$$(x-1)^3 + x^3 = (x+1)^3$$

$$x^3-3x^2+3x-1+x^3 = x^3+3x^2+3x+1$$

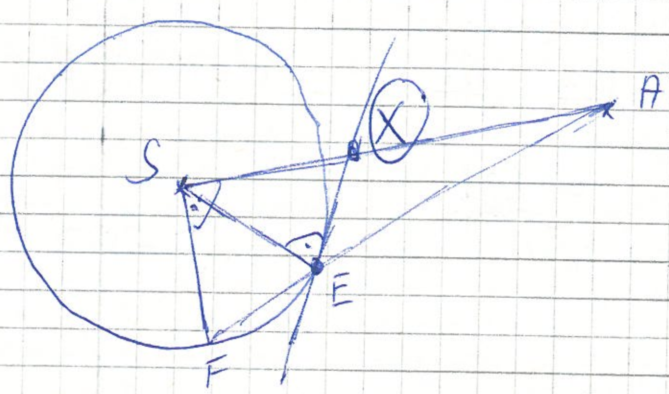
$$x^3-6x^2-2 = 0$$

$$x^2(x-6) = 2$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 \geqq 0 \\ x \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x-6 \geqq 1 \\ x \geqq 7 \longrightarrow x^2 \geqq 49 \end{array}$$

ellentmondás!

6



BOLYAI JÁNOS MEGYEI MATEMATIKA VERSENY - 1988. november

Megoldások

II. osztály

1. Legyen az alap a, a szár b. $(10a)/2=(12b)/2$, $a=1,2b$ 2 pont

   $b^2=10^2+(a/2)^2$ 2 pont

   Behelyettesítés után ebből $a=15$ és $b=12,5$ /cm/ 2 pont

   összesen 6 pont

2. A zárójelben levő kifejezés négyzete 6 5 pont

   A zárójelben levő kifejezés pozitív, így értéke $\sqrt{6}$, így a kifejezés értéke 0 1 pont

   összesen 6 pont

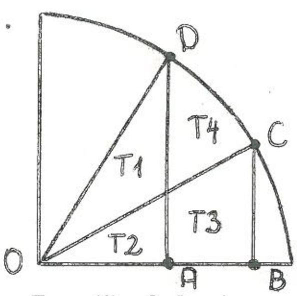
3. Legyen a középpontok távolsága x. A szerkesztésnél alkalmazott ábrából - a közös külső érintőszakasz hossza $\sqrt{x^2-(5-2)^2}$ 3 pont

   a közös belső érintőszakasz hossza $\sqrt{x^2-(5+2)^2}$ 3 pont

   $1,5\sqrt{x^2-49}=\sqrt{x^2-9}$ egyenletből $x=9$ /cm/ 2 pont

   összesen 8 pont

4.



Az OAD és OBC háromszögek egybevágóak. 1 pont

T1+T2=T2+T3, ezért T1=T3 4 pont

Tehát T1+T4=T3+T4 3 pont

összesen 8 pont

5. Tegyük fel, hogy $(x-1)^3+x^3=(x+1)^3$ 2 pont

   átrendezve $x^2(x-6)=2$ 4 pont

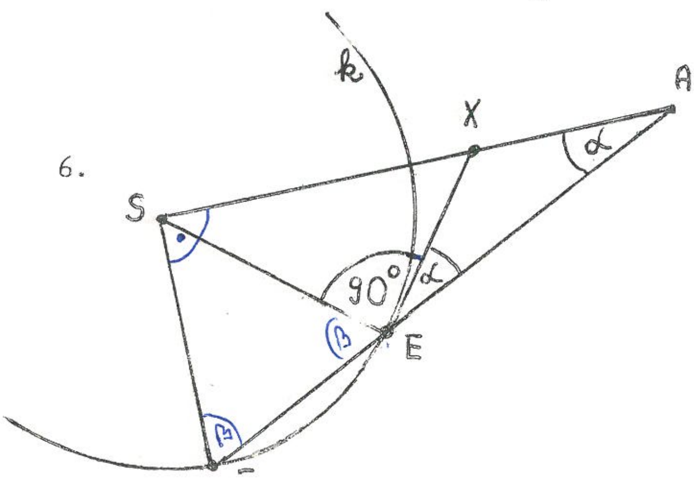
   $x^2\geqslant 0$ és $x\neq 0$ miatt $x-6\geqslant 1$, tehát $x\geqslant 7$ 2 pont

   ekkor $x^2\geqslant 49$, a szorzat több 2-nél

   ellentmondás 2 pont

   összesen 10 pont

6.



Legyen az érintési pont E pont. Az AES szög tompaszög, ezért az AE egyenes szelő, mely a kört F pontban metszi. Az E pont az AF szakasz belső pontja 3 pont

SFE∢=FES∢=$180^0-(90^0+\alpha)=90^0-\alpha$ 5 pont

FSA∢=90^0 4 pont