

- A közölt megoldási utak a feladatoknak nem az egyetlen helyes megoldási módját adják meg, több eltérő megoldás is lehetséges.
- Az útmutatótól eltérő megoldásokat a kialakult tanári gyakorlat alapján, az útmutató pontjainak súlyozását alapul véve kell értékelni.
- Geometriai feladatok megoldásának elején a helyes ábrára jár az ott jelzett részpontoszám, ha a versenyző az ábrát a szöveges leírásnak megfelelően használja.
- A feladatokat követő megjegyzések kitérnek néhány tipikus hibás megoldás pontozására.
- Minden évfolyamon 100 pont érhető el, minden iskolából a 40 ponton felüli dolgozatokat, illetve minden évfolyam három legjobbját kérjük beküldeni. Kérjük az összes olyan dolgozatok pontszámait, melyeket levélben nem küldtek el, de legalább 10 pontot értek, a zsirp@freemail.hu címre elektronikus formában elküldeni.

9. évfolyam

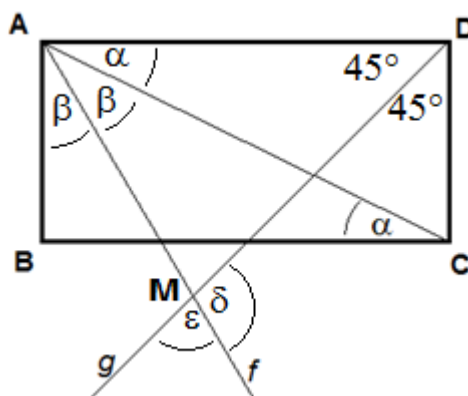
1. Nevezük „gömbölyű számjegyeknek” a 0, 3, 6, 8 és a 9 számjegyeket! (ezeknek leírt alakjában nincs egyenes vonal) Nevezük „gömbölyű számoknak” azokat a **kétjegyű** számokat, melyeknek mindkét számjegye gömbölyű!
- Hány gömbölyű szám van 44 és 77 között?
 - Hány gömbölyű prímszám van?
 - Ha növekvő sorrendben írjuk fel a gömbölyű számokat, hányadik szám a 83?
 - Mennyi a gömbölyű számok összege?

Megoldás	pont
a) Csak a 6-tal kezdődőek jók, azaz 60, 63, 66, 68, 69. Ez 5 darab.	2
b) A kétjegyű prímek páratlanok, ezért nem végződhetnek 0, 6, 8-ra, csak 3-ra vagy 9-re. De a 3-as oszthatóság miatt az első jegy csak 8 lehet. Így a 83 és a 89 jöhet csak szóba, és mindkettő prím.	4
c) Minden kezdő számjegy mögött 5-féle jegy állhat, így a 3-mal és 6-tal kezdődő öt-öt szám után 11. számként a 80 jön, majd a 83, ami a 12-edik gömbölyű szám.	6
d) Adjuk össze először a gömbölyű számokban levő tízeseket, majd a bennük levő egyeseket! Mindegyik fajta tízesből öt van, emiatt a számokban levő tízesek összege $5 \cdot (30+60+80+90) = 5 \cdot 260 = 1300$	4
Mindegyik fajta egyesből négy van, emiatt a számokban levő egyesek összege $4 \cdot (0+3+6+8+9) = 4 \cdot 26 = 104$.	3
A gömbölyű számok összege $1300+104=1404$.	1

Megjegyzések:

- *Indoklás nélküli válaszok esetén az a) részre nem jár pont, a b) részre 2 pont, a c) részre 3 pont és a d) részre 5 pont.*
- *Ha a versenyző leírja az összes olyan gömbölyű számot, amely egyik kérdés megválaszolásához szükséges, arra a kérdésre maximális pontot kap.*
- *Ha a versenyző kihagy egy számot a felsorolásból, vagy egy feleslegeset ír le, akkor az indoklás nélküli válaszok pontszámát kapja. Ha több hibája is van, nem kap pontot a kérdésre.*

2. Egy ABCD téglalapban BAC szög f szögfelezője háromszor akkora szöget zár be az ADC szög g szögfelezőjével, mint amekkora az ábrán α -val jelölt BCA szög. Számítsa ki az α szög nagyságát!



Megoldás	pont
Az ábra jelöléseivel: CAD szög = α , mert váltószög BCA szöggel.	2
$\beta = \frac{90^\circ - \alpha}{2}$	2
ADM szög = 45° .	2

2014. évi Bolyai János Megyei Matematikaverseny
MEGOLDÁSI ÉS ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ **9. osztály**

f és g hajlásszöge 3α , ez a szög lehet δ és ε is, így akár két megoldás is lehet.	1
Ha δ ez a hajlásszög, akkor, akkor ez AMD háromszög külső szöge, így a nem mellette fekvő két belső szög összegével egyenlő: $3\alpha = \frac{90^\circ - \alpha}{2} + \alpha + 45^\circ$	3
Ebből $\alpha=36^\circ$.	3
Ha f és g hajlásszöge ε , akkor AMD szög is ekkora (csúcshögek). AMD háromszög szögösszegére felírható a következő: $3\alpha + \frac{90^\circ - \alpha}{2} + \alpha + 45^\circ = 180^\circ$	3
Ebből: $\alpha = \frac{180^\circ}{7}$.	3
Csak a második megoldás helyes, mert két egyenes hajlásszöge nem lehet tompaszög, és $3 \cdot 36^\circ = 108^\circ > 90^\circ$, de $3 \cdot \frac{180^\circ}{7} < 90^\circ$.	1

Megjegyzések:

- Ha a versenyző helyesen végigszámolva megoldásként adja meg mindkét leírt szöget, csak az utolsó pontot veszíti el.
- Ha a versenyző csak egy szöget számol ki, de ellenőrzi, hogy a hajlásszög ne legyen tompaszög, jár neki az utolsó 1 pont.
- Az első hat pont akkor is jár, ha az ábrából vagy a további számításokból kiderül, hogy a megoldás elején jól végezte a versenyző ennek a hat pontnak megfelelő számításokat.
- Az α -ra adott indoklás nélküli eredményért a dupla szegéllyel kiemelt kétszer 3+3 pontszámból csak kétszer 3 pont jár.

3. Keresse meg a legkisebb olyan természetes számot, melyben a számjegyek összege hatszor akkora, mint az utána következő természetes számban!

<i>Megoldás</i>	pont
Jelölje n a keresett számot! Ha egy természetes számban az utolsó számjegy nem 9-es, akkor egyet hozzáadva a számjegyek összege mindig 1-gyel nő. Így a számjegyösszeg csak akkor csökkenhet, ha 9-es az utolsó számjegy.	2
Ha pontosan k darab 9-esre végződik egy természetes szám, akkor egyet hozzáadva a számjegyek összege $k \cdot 9$ -cel csökken és eggyel nő, azaz összesen $9k-1$ -gyel csökken.	4
Az n számban a számjegyek összege osztható 6-tal, maga a csökkenés ennek $5/6$ része, emiatt a csökkenés 5-tel osztható, azaz $5 \mid 9k-1$.	4
Ha sorra vesszük a lehetséges k értékeket, láthatjuk, hogy $k=4$ a legkisebb természetes szám, amely esetén teljesül, hogy $5 \mid 9k-1$. A legkisebb keresett tulajdonságú szám tehát legalább 4 darab 9-esre végződik. Nézzük, megvalósulhat-e, hogy $k=4$.	4
Végződjön n pontosan 4 darab 9-esre, és az előtte levő számjegyek összegét jelöljük x -szel! Ekkor az n és $n+1$ számjegyeinek összegére ez igaz: $x + 36 = 6(x + 1)$ Ebből $x=6$.	4

2014. évi Bolyai János Megyei Matematikaverseny
MEGOLDÁSI ÉS ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ **9. osztály**

Akkor lesz n a legkisebb, ha a négy 9-es elé a lehető legkevesebb számjegyből rakunk ki 6 számjegyösszeget. Ez a lehető legkisebb számjegysorozat egyetlen 6-os lesz, így az n szám a 69999, ez a legkisebb, amelyre teljesül a feladat feltétele.

2

Megjegyzések:

- *Indoklás nélküli helyes válaszra 8 pont jár.*

4. Öt diák, Bálint, Szabolcs, Péter, Tamás és Robi áll egymás mellett a testnevelés órán, balról jobbra magasság szerinti sorrendben. A tanár kioszt nekik egy narancssárga, egy zöld, egy lila, egy kék és egy fekete sportmezt. A mezek felvétele után a következő információkat tudjuk róluk:

1. Robi magasabb, mint a lilamezes, és nem szomszédja a narancssárga mezes Bálintnak.
2. Bálint nem a legmagasabb, nem Tamás mellett áll, és magasabb kékmezes társánál.
3. Szabolcsnál csak egy társa magasabb.
4. Péter mellett áll a zöld mezes fiú.

Írd le a fiúk neveit magasság szerinti növekvő sorrendben és add meg, kinek milyen színű a meze! (A megoldás indoklással együtt teljes.)

<i>Megoldás</i>	pont
Szabolcsnál csak egy társa magasabb, azaz balról számolva ő a negyedik. (XXXSzX)	2
Bálint nem a legmagasabb, tehát nem ötödik, és van, akinél magasabb, tehát nem első, így csak második vagy harmadik lehet a sorban. (X B X Sz X vagy X X B Sz X)	4
Robi magasabb valakinél, ezért nem lehet első, de ha második vagy harmadik lenne, akkor Bálint szomszédja lenne, emiatt csak az ötödik lehet, azaz Robi a legmagasabb. (X B X Sz R vagy X X B Sz R)	4
Bálint nem Tamás mellett áll, ez csak úgy lehet, ha Tamás az első és Bálint a harmadik. A második helyen áll tehát Péter. (T P B Sz R)	4
Mivel Bálint meze narancsszínű, a Péter mellett álló zöldmezes csak Tamás lehet.	2
Bálint magasabb a kékmezesnél, aki ezek szerint Péter.	2
Robi magasabb a lilamezesnél, aki így már csak Szabolcs lehet, maga Robi pedig feketében van.	2
diák neve: T P B Sz R mez színe: z k n l f	

Megjegyzések:

- *Indoklás nélküli helyes válaszra 8 pont jár.*

5. Egy dobozban 31 szem cukor volt. Ezekből Gabi hétfőn háromnegyed annyit evett, mint amennyit Peti evett hétfőn, kedden pedig kétharmadszor annyit, mint amennyit Peti evett kedden. Más nem evett a cukorból, és kedd estére az összes cukor elfogyott. Hány szem cukrot evett Gabi? Válaszát indokolja!

<i>Megoldás</i>	pont
A gyerekek csak egész cukrokat ehettek. Ekkor Peti hétfői adagja osztható 4-gyel, a keddi 3-mal.	4

2014. évi Bolyai János Megyei Matematikaverseny
MEGOLDÁSI ÉS ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ **9. osztály**

<i>Jelölve:</i> Hétfőn: Peti $4x$, Gabi $3x$ szemet evett. Kedden Peti $3y$, Gabi $2y$ szemet evett. Összeadva a két egyenlőséget: $7x+5y=31$.	6
Mivel $5y$ csak 5 -re vagy 0 -ra végződik, ezért $7x$ végződése 1 vagy 6 . 56 túl sok, 21 lesz a jó.	5
Ekkor tehát $7x=21 \Rightarrow x=3 \Rightarrow 5y=10 \Rightarrow y=2$	3
Hétfő: Peti 12 , Gabi 9 . Kedd: Peti 6 , Gabi 4 . Gabi összesen 13 -at evett.	2

Megjegyzések:

- *Indoklás nélküli helyes válaszra 5 pont jár.*