

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2017/18.
KÖRZETI FORDULÓ
11. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Az alábbiak közül összesen hány különböző pontot jelölhetünk ki egy kocka felszínén úgy, hogy a kocka bármely két lapján a kijelölt pontok száma különböző legyen? (Egy csúcsban lévő pont az ott található három lap mindegyikén rajta van, egy élen lévő pont az ott található mindkét lapnak része.)
(A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12 (E) 15
- Ha $35! = \overline{10333147966386144929a66651337523200000000}$, akkor mennyi lehet a értéke?
(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 6 (E) 9
- Felírtam néhány 24-nél nem nagyobb pozitív egész számot a táblára. Ezekből bárhogyan választok ki néhányat (beleértve azt is, hogy akár csak egy számot választok vagy akár az összeset is), a kapott összegek mind különbözők. Hány szám lehet a táblán?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
- Melyik prímszám lehet két egymást követő $n^2 + 8$ alakú szám közös osztója, ahol n természetes szám?
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 11 (E) 13
- Az ABC derékszögű háromszög oldalai 5, 12 és 13 egység hosszúak. A háromszögbe két egyenlő sugarú körlapot helyeztünk úgy, hogy azok érintik egymást és a háromszög két-két oldalát. Hány egység lehet a körök sugara?
(A) 1 (B) $\frac{10}{9}$ (C) $\frac{26}{17}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) 2
- Adott $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ valós számok esetén összesen hány különböző valós gyöke lehet az $ax^2 + bx + c = 0$, $bx^2 + cx + a = 0$ és $cx^2 + ax + b = 0$ egyenleteknek?
(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6
- A táblán egy 9 oldalú konvex sokszög található. Zsófi a sokszögbe átlókat rajzol be úgy, hogy az éppen berajzolt átló legfeljebb egy korábban berajzolt átlót metszhet belső pontban (a végpontokra nincs megkötés). Addig folytatja az átlók rajzolását, ameddig erre lehetősége van. Összesen hány átlót rajzolhat Zsófi?
(A) 5 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

- Az alábbiak közül mennyi lehet z értéke, ha $x - y \geq z$ és $x^2 + 4y^2 + 5 = 4z$?
(A) 1 (B) 1,5 (C) 2 (D) 2,5 (E) 3
- Összesen hány megoldása van az $n^3 - n = n!$ egyenletnek a természetes számok halmazán?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) az előzőek egyike sem
- Egy 5×5 -ös tábla mezőit megszámoztuk az 1-től 25-ig terjedő egész számokkal (minden számot egyszer használtunk fel). Nevezzük két közös csúccsal rendelkező mező távolságának a rajtuk álló számok különbségének abszolútértékét, továbbá nevezzük a tábla átmérőjének a táblában fellépő legnagyobb távolságot. Mekkora lehet egy 5×5 -ös tábla átmérője?
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- Az $\begin{cases} x^{x-y} = y^2 \\ y^{x-y} = x^6 y^4 \end{cases}$ egyenletrendszernek a pozitív valós számpárok halmazán van olyan megoldása, amelyre...
(A) $x < \frac{1}{2}$ (B) $x < 1$ (C) $x > 1$ (D) $y < 1$ (E) $y > 2$
- Az $ABCD A'B'C'D'$ téglatest alapéle $AB = BC = CD = DA = 6$ cm hosszú, magassága 8 cm. A DC alapélen át egy síkot fektetünk, amelyre merőlegesen levetítjük a téglatestet. Az alábbiak közül hány cm^2 lehet a vetület területe?
(A) 48 (B) 56 (C) 60 (D) 64 (E) 80
- Egy 10×10 -es sakktábla minden egyes mezőjét kiszíneztük valamilyen színnel úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a mezők színei között legfeljebb 5 különböző szín fordul elő. Az alábbiak közül összesen hány különböző színt használhattunk fel a 10×10 mező színezéséhez?
(A) 40 (B) 41 (C) 42 (D) 43 (E) 44

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Oldjátok meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x+9} + \sqrt{x} + \sqrt{x-9} = 7$ egyenletet!