

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

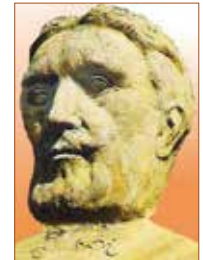
Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2014/15.
Körzeti forduló
10. osztály



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálói:

SZÁMADÓ LÁSZLÓ középiskolai tanár
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Az $|x+1| + 5x + 3 = 0$ egyenletnek

(A) $x = -1$ megoldása (B) $x = -\frac{2}{3}$ megoldása (C) $x = -\frac{1}{2}$ megoldása

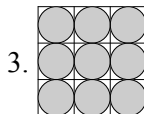
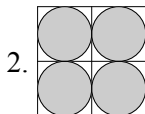
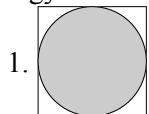
(D) pontosan két megoldása van (E) pontosan egy megoldása van

2. Az alábbiak közül melyik állítás igaz minden a, b, c valós számra?

(A) Ha $a = b$, akkor $a \cdot c = b \cdot c$. (B) Ha $a < b$, akkor $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (C) $|a| > 0$

(D) Ha $a \cdot c = b \cdot c$, akkor $a = b$. (E) Ha $a < b$, akkor $a^2 < b^2$

3. A négyzetekbe az egyes ábrák szerint köröket rajzoltunk:



Melyik állítás igaz a nagy négyzetbe rajzolt körök területösszegére vonatkozóan, ha mindhárom ábrán a legnagyobb négyzet oldala 8 cm hosszú?

(A) Az 1.-beli kör területe nagyobb a 2.-beliek területösszegénél.

(B) Az 1.-beli kör területe nem nagyobb a 2.-beliek területösszegénél.

(C) A 2.-beli körök területösszege nagyobb a 3.-beliek területösszegénél.

(D) A 2.-beli körök területösszege nem nagyobb a 3.-beliek területösszegénél.

(E) A 3.-beli körök területösszege nem nagyobb az 1.-beli kör területénél.

4. Az alábbiak közül mennyi lehet egy halmaz összes részhalmazának száma?

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 9 (E) 16

5. Egy 180 cm magas, vízszintes alapú, henger alakú benzintartály alul csappal, felül töltőnyílással van ellátva. Ez utóbbit át 1 óra alatt tölthető tele az üres tartály. Ha 5 percen át egyszerre tartjuk nyitva a töltőnyílást és a csapot, akkor a benzin szintje a tartályban 10 cm-t emelkedik. Hány óra alatt lehet kiüríteni a színültig teli tartályt a csapon át, ha közben a töltőnyílás zárva van?

(A) 2 (B) 2-nél több (C) 2 és fél (D) 3 (E) 3-nál kevesebb

6. Van egy hatalmas, négyzet alakú papírlapunk. Egy egyenes vágással kettévágjuk. Az egyik keletkezett darabot újra egy egyenes mentén kettévágjuk, és ezt többször egymás után megismételjük. Az alábbiak közül hány ilyen vágással érhető el, hogy a négyzet alakú papírlap keletkező darabjai között legyen tíz darab nyolcszög?

(A) 46 (B) 47 (C) 48 (D) 49 (E) 50

7. Összesen hány különböző x valós számra teljesül, hogy $2[x+2] = 3x$?

($[a]$ az a egészrészét, vagyis az a -nál nem nagyobb egész számok közül a legnagyobbat jelöli.)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Ha egy háromszög a, b, c oldalai esetén $a + b - c = 2$ és $2ab - c^2 = 4$, akkor ez a háromszög lehet

(A) derékszögű (B) hegyesszögű (C) tompaszögű

(D) egyenlő szárú (E) szabályos

9. Egy 8×8 -as sakktábla mezőire véletlenszerűen bábukat rakunk. Az alábbiak közül hány félrakott bábu esetén lehetünk biztosak abban, hogy van olyan sor vagy oszlop, amelyben legalább 4 bábu áll?

(A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 28

10. Milyen fajta háromszög lehet az, amelynek a, b, c oldalhosszaira teljesül az $a^3 + b^3 = c^3$ összefüggés?

(A) szabályos (B) egyenlő szárú (C) hegyesszögű

(D) derékszögű (E) tompaszögű

11. A sakktáblára egy olyan kört rajzolunk, amely egyetlen fehér mezőbe sem metsz bele. (A kör átmehet a fehér mezők csúcsain.) Pontosan hány sötét mezőbe metszhet bele ez a kör?

(A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

12. Egy kör kerületén elhelyeztünk öt gyufásdobozt, amelyekben rendre 29, 19, 36, 18 és 28 szál gyufa van. Az alábbiak közül összesen hány gyufaszál áthelyezésével érhető el az, hogy minden dobozban azonos számú gyufa legyen, ha a gyufákat csak a kör mentén szomszédos dobozokból szabad egymásba áthelyezni? (Ha egy gyufát áttettünk valamelyik szomszédos dobozba, akkor ezt a gyufát már nem mozgathatjuk tovább.)

(A) 14 (B) 15 (C) 17 (D) 19 (E) 20

13. Egy 1 egység oldalú négyzetbe belerajzoltunk néhány kört, amelyek kerületeinek összege 10 egység (a körök nem lógnak ki a négyzetből). Ekkor bárhogyan vettük fel a köröket, az ábrára biztosan rajzolhatunk olyan egyenest, amely a körök közül pontosan n darabot metsz. Az alábbiak közül mennyi lehet n értéke ahhoz, hogy igaz legyen az előző mondat állítása?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Adott egy O középpontú kör a középpontjával együtt. Csak körző segítségével szerkesztétek meg egy ebbe a körbe írt négyzet csúcspontjait! (A szerkesztés menetét is le kell írnotok!)