

## Kutatási beszámoló

az „Út a Tudományhoz” programon belül megvalósult UT-2014/2015-0045 számú  
kutatásról

### 1. Elvégzett tevékenységek, eredmények

Az Út a Tudományhoz program indulásakor iskolánkban, a Premontrei Rendi Szent Norbert Gimnáziumban kutatócsoportot alakítottunk, melyet én vezettem (Zsiros Péter, matematika szakos tanár). Négy tanítványom vállalkozott a közös kutatásra: Ongai Erik, Mucsi Dániel László és Takács Valentin 12.D osztályos diákok,



Galambos Mihály 11.A osztályos tanuló. Kutatásunkat a pályázat szerint a 2014/2015. tanévre kellett terveznünk. 2014 őszén beszéltem a négy diákkal, nagy vonalakban megterveztük a kutatás tevékenységeit. Szerettük volna tudományos igénnyel megfigyelni, milyen hibákat követnek el középiskolás tanulók matematikafeladatok megoldásában, s e megfigyeléseket fejlesztő jellegű oktatási anyagok készítésében szerettük volna felhasználni.

Januárban kezdtük a tényleges munkát, a tizedik osztályban oktatott másodfokú egyenletek témakörének vizsgálata és tizedikes diákok bevonása mellett döntöttünk, ekkorra iskolánkban a tizedikes osztályok túlhaladtak e témakörön.

Döntésünk fő okai:

- a másodfokú egyenletek témakörében egységesen kezelhetők a feladatok, algebrai jellegű tudást igényelnek.
- e témakörben mechanikusabb, kevésbé vitatható lesz a hibák csoportosítása
- az egyenletmegoldást a legtöbb diák el tudja kezdeni, míg a geometriai vagy függvénytani feladatok esetén hiányzó alapismeretekkel esetleg bele sem fognak
- a megoldáshoz nem tartoznak ábrák vagy elméleti jellegű szöveges részek, melyeket nehéz lenne összehasonlítani.

A kutatócsoport vezetőjeként két elméleti foglalkozást tartottam, az egyik kutatómódszertani jellegű volt, a másodikon pedig a Word szövegszerkesztő egyenletszerkesztési lehetőségeit mutattam be. Szó esett arról is, hogy az Excel és a Wolframalpha szoftverek hogyan segítenek matematikai feladatok megoldásában.

A kutatás kezdetén tanácskoztam Tóth Lászlóval, a Pedagógiai Szolgáltató és Kutató Központ pedagógiai szakértőjével, megvitattam vele a kutatás részleteinek szakszerűségét, munkámban tanácsokkal, javaslatokkal segített.



## „A” csoport (könnyű feladatok, 40 diák)

### 24%-ban számítási hibák voltak

Ezeket a hibatípusokat valószínűleg figyelmetlenség miatt követik el, vagy a számológép rossz kezeléséből adódik, ugyanis vannak feladatlapok melyeknél ugyanazok hibák, például a számológépbe beütve egy szorzást és osztást a műveleti sorrendet a diák felcseréli. Vannak esetek, ahol valószínűsíthető, hogy csak rossz számot nyomott meg a számológépen. Ritkábban, de előfordul az is, hogy fejben számolt a diák és csak kicsit tévedett, de ennél a csoportnál a számológépes elütési hiba fordul elő a leggyakrabban.

### 16,2%-ban az egyenlet átrendezésével volt probléma

Itt majdnem mindenütt ugyanaz a hiba figyelhető meg, a törtes egyenletnél rontanak a nevezővel való bővítésnél, nem tudják egyszerre törtként és egyenletként is kezelni az ilyen feladatokat. Közös nevezőre hozásnál mindent összeszoroznak mindennel, nem értik, hogy hogyan történik a bővítés, az ismeretlen zavarhatja meg őket.

Nagyon kis számban az egyenlet mérlegelve borult fel, csak egy oldalon szorzott a tanuló.

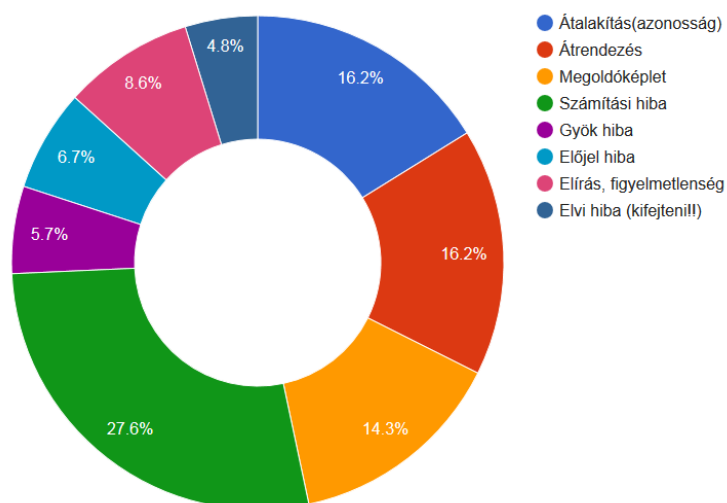
### 16,2%-ban azonosság hiba

Ennél a hibatípusnál vagy nem ismerték fel  $(a + b)^2$  alakú azonosságokat és elvégezték a négyzetre emelést tagonként vagy  $2ab$  helyett  $ab$ -vel számoltak.

### 14,3%-ban a megoldóképlettel van a hiba

Igazából ezen nincs mit elemezni, a képlet elején a „b” elől lemarad az előjel, vagy  $4ac$  helyett  $ac$ -vel számol a diák.

„A” csoport hibaaránya



## „B” csoport (közepes nehézségű feladatok, 29 diák)

### 22.2% átrendezési hiba:

Itt is ugyanúgy megtalálható volt a törtek átrendezésével kapcsolatos hiba, mint az „A” csoportban. Ezek mellett megfigyelhető volt az egyenlet két oldalán történő hibás átrendezés is, kivont a diák az egyik oldalon, de a másikon elhibázta.

### 18,1% számítási hiba:

Míg az „A” csoportban ebből volt a legtöbb hiba, itt a második leggyakoribb rontás volt a számítási hiba. Ugyanazok a típusok figyelhetők meg, mint a könnyű csoportban, ám már kisebb százalékban. Ugyanúgy voltak számológépbe rosszul beütött műveletek, elgépeltek számok, vagy előjelrontás. Ugyanúgy fejszámolási problémák is adódtak.

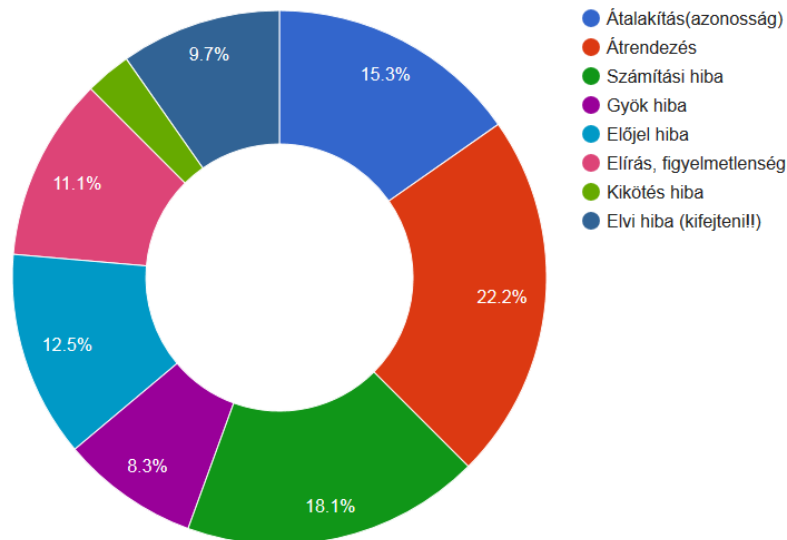
### 15,3% azonosság hiba

A könnyű csoporttal közel egyező százalékban találunk itt is hibát az  $(a + b)^2$  alakú azonosság átalakításában, ugyanúgy előjelrontások,  $2ab$  helyett  $ab$ , illetve itt volt olyan is, ahol a  $2ab$  helyett  $2a+2b$  került a képletbe.

### 12,5% előjelhiba:

Az előjelhibák adódtak az átalakításokból is, tehát az  $(a + b)^2$  -ben a  $2ab$  helyett  $-2ab$  volt, vagy a különbség négyzete esetén épp fordítva. Volt, hogy elírásra, hibás másolásra gyanakodhattunk, esetleg figyelmetlenségből került + helyére -, vagy éppen fordítva.

„B” csoport hibaaránya



## „C” csoport (nehezebb feladatok, 6 diák)

Itt nem érdemes kifejtetni a százalékokat és a hibatípusokat, mert a 6 dolgozattól 3 nem haladja meg az egy oldalt, csak próbálkoztak a feladatokkal, de kifogott rajtuk. A

feladatmegoldóknak javarészt az átrendezéssel volt bajuk, a gyökvonás megzavarta őket, ezért műveleti sorrendet és rontottak néhol. Gyakori a számítási hiba is.

Összességében: a hibatípusok hasonló százalékban tűnnek fel az A és B csoportokban illetve a jellegük is nagyon hasonló.

Az „A” és a „B” csoportos dolgozatoknál ugyanaz volt a három leggyakoribb hibatípus, szerettünk volna ezekhez a hibákhoz illeszkedő fejlesztő segédleteket készíteni. A következő cél az volt, hogy a hibákhoz illeszkedő fejlesztő feladatok készüljenek. Eltelt több hét is, a diákok gyűjtöttek is feladatokat, megvizsgálták a megoldásukban lehetséges hibákat, de nem tudtak előrelépni a feladatokkal, a gyűjtött feladatok nem különböztek egy-egy dolgozatfeladattól. Kiderült, hogy számukra nem teljesen világos, mit jelent az, hogy „fejlesztő” feladat. Emiatt megbeszélést tartottunk, ahol régebben készített fejlesztő feladataimat mutattam be. Ezeken keresztül megfigyeltük, milyen aprólékosan kell kidolgozni

egy-egy feladatot, mennyi feltételnek kell teljesülni ahhoz, hogy egy feladat motiválja a vele dolgozó diákokot, ne várjon lehetetlent tőle, s valóban fejlessze őt. Mindezek láttán közös megegyezéssel csak egy-egy hibára koncentrálok, kis lépésekből felépülő interaktív segédletek készítését tűztük ki célként. Kiválasztottuk, mely szoftver alkalmas ilyen típusú segédletek elkészítésére, s a Power Point



prezentációkészítő szoftverre esett a választásunk, ennek kezelését informatikaórákon már tanulták a diákok. Felfrissítettük azt a tudást, hogy a szoftvernek milyen szolgáltatásait hogyan lehet használni, hogyan lehet elágazásokat létrehozni a diavetítésben.

Ezután már jól ment a munka, a kiosztott feladatoknak megfelelően három hibatípusra készült interaktív Power Point segédlet, melyek matematikai feladatokat adnak fel a velük dolgozó tanulóknak, s egyesével rákérdeznek a megoldás lépéseire. A segédanyagok olyan kérdéseket tesznek fel, melyekre több (A, B, C és D) válaszlehetőséget adnak, ezek közül kell kiválasztani a helyeset. Az egyetlen helyes válasz mellett levő hibás válaszokban az előzetesen megírt dolgozatok leggyakoribb hibái jelennek meg. Ha a segédlettel dolgozó tanuló hibás válaszlehetőséget választ egy kérdéshez, a számítógép automatikusan megmagyarázza, hogy mi a hiba a kiválasztott feleletben.

## Melyik a helyes egyenletrendezés?

$$(3x + 4)^2 = ((x - 5)^2 + 7) \cdot (-2) + 132$$

- A  $9x^2 + 12x + 16 = (x^2 - 5x + 25 + 7) \cdot (-2) + 132$
- B  $6x^2 + 24x + 16 = (2x^2 - 10x + 25 + 7) \cdot (-2) + 132$
- C  $9x^2 + 16 = (x^2 - 25 + 7) \cdot (-2) + 132$
- D  $9x^2 + 24x + 16 = (x^2 - 10x + 25 + 7) \cdot (-2) + 132$

Egyik sem

Nem tudom

Az elkészült anyagok sok apró módosításon mentek át, körülbelül egy hónapig tartott a munka, több új és újabb ötletet kipróbáltunk, néhányat elvetettünk. A legfontosabb módosítás az volt, hogy a feleletválasztós kérdések alatt a „Nem tudom” és az „Egyik sem” válaszlehetőség is szerepelt. A „Nem tudom” lehetőséggel ki akartuk zárni, hogy a segédlettel dolgozó tanuló elkedvetlenedjen, ha olyan kérdést kap, amit nem ért teljesen. Ilyenkor a számítógép rögtön magyarázni kezdi, mit kell tennie, hogy elvégezze a kérdéses matematikai lépést. Hogy a tanuló valóban a helyes válaszra jut, nem csak a megoldás egy részét tudja, azt biztosítja az „Egyik sem” válaszlehetőség. Előfordul ugyanis, hogy egy megadott válasz sem helyes. Ilyenkor a képernyőn „Jó döntés!” felirat jelenik meg, majd megismétlődik az előző kérdés újabb választási lehetőségekkel – ezúttal a helyes válasz is szerepel a lehetőségek között. (A három fejlesztő feladat diavetítési fájlként található a CD-n.)

## Semmi gond, segítünk:

Az azonosság:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Ezért a mi példánkra vonatkoztatva a következő:

$$\rightarrow (3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

VISSZA

Sajnos, kevés idő maradt a tesztelésre, ezt csak négy vállalkozó tizedikes diákkal tudtuk megszervezni. A kutató diákok feladatlapokat készítettek, olyan feladatok voltak, amelyekre a fejlesztő feladatok felkészítenek. Mindegyik tizedikes tanuló papíron megoldott egy ilyen feladatot, utána egy laptop mellé ült és dolgozott a fejlesztő segédlettel, majd papíron megoldott egy újabb feladatot, mely hasonló volt az elsőhöz. A tapasztalatok alapján a másodikként írt feladat mindegyik tanuló esetén kevesebb hibát tartalmazott, mint az első. A kis számú tesztadat miatt nem lehet ugyan megalapozott kijelentést tenni, de nyilvánvalóan biztató a négy pozitív teszteredmény.

Kutatásunkról előadást tartottunk iskolánkban érdeklődő tanulók és tanárok előtt. Az előadást 20 percesre terveztük, de a sok kérdés miatt kétszer ennyi ideig tartott. Bemutattuk tevékenységeinket és elmondtuk ezek okait, céljait. A diákok felváltva beszéltek, s a végén én magam is megszólaltam, mert volt külön nekem célozott kérdés is. A PSZK-ban megyénk matematikatanárai előtt is bemutatjuk a kutatást, erre az iskolaév vége miatt szeptemberben kerül sor.

Kutatásunkról többféle stílusban írtam beszámolót, zurnalisztikus stílusú cikk jelenik meg munkánkról internetes újságban, egy komolyabb cikk az iskolai évkönyvben, s a



kifejezetten matematikatanárok számára megírt cikk a megyei matematikatanárok kommunikációs lapján, valamint a PSzK honlapján jelenik meg.

## **2. Megjegyzések a kutatás kapcsán**

Miért van szükség erre a kutatásra? A matematikatanárok munkájában 10. és a magasabb évfolyamon komoly gondot jelent, ha a tanulók egy része nem tudja megfelelően alkalmazni a másodfokú egyenletek témakörében tanultakat. Gond ez a másodfokú vagy gyökös egyenletre vezető trigonometrikus és exponenciális egyenletek oktatásánál, gond a koordináta-geometriában a kör egyenletével kapcsolatos feladatoknál. Sok idő veszik el ilyenkor, ha a tanár megfelelő szintre akarja hozni a tanulókat az előző évi tananyagrészből. Ezt a gondot segít megoldani egy olyan digitális segédlet, mely segít a hiányzó tudás megszerzésében, felfrissítésében.

Amikor a kutató diákok közösen dolgoztak, az együttműködéssel kapcsolatos kompetenciájuk fejlődött, a feladatkészítés pedig komplex rálátást igényelt a tananyagra. Mivel a tanulók meg akartak tanítani valamit társaikkal, ebben a témában nagyobb jártasságot kellett szerezniük, s a témához kapcsolódó attitűdjeikre is pozitív hatással volt. A tanulók az iskolán belül a tizedik osztályosokkal is kapcsolatot teremtettek, kutatásukkal az ő attitűdjüket is befolyásolták. A záró előadásra szép számmal érkeztek azok a diákok, akik feladatmegoldóként részt vettek a kutatásban.

A kutatás folytatását nem csoportban, hanem saját kutatásként tervezem, ennek egyik célja lesz a kutatócsoportban született fejlesztések további tesztelése.

Zsiros Péter