



Kutatási beszámoló

*az „Út a Tudományhoz” programon belül megvalósult UT-2018-0009 számú
kutatásról*

1. Elvégzett tevékenységek, eredmények

Iskolámban, a Premontrei Rendi Szent Norbert Gimnáziumban négy tanéven át dolgozott az Út a Tudományhoz program keretében két kutatócsoport, melyeknek matematika szakos tanárként én voltam a vezetője. A 2018/2019-es tanévben öt tizenegyedikes tanítványom vállalkozott közös kutatásra: Kopácsi Károly, Németh Kata Bianka, Tulok Sára és Skriba Bertalan 11.A osztályos és Veres Lilla 11.B osztályos diákok. 2018 őszén a diákok megismerték az eddigi kutatásokat, s velük nagy vonalakban megterveztük a kutatás tevékenységeit. Mivel tudtuk, hogy a pályázat elfogadásáról csak 2018 elején értesülünk, ezért tevékenységeinket úgy terveztük, hogy a legaktívabb munka a második félévben kezdődjön. Az ütemezés jónak bizonyult, a kutatás közben adódtak ugyan változások, de tervezett tevékenységeinket egy kivétellel mind megvalósítottuk.

Csak egyik legutolsó tevékenységünkre, a készített segédletek tesztelésére nem jutott idő – viszont a tervezett tevékenységeken felül a kilencedik és tizenkettedik évfolyamok, illetve fiúk és lányok hibáinak bővítettük a kutatást.

Előkészítés

Kilencedik és tizenkettedik osztályosokra terveztük a kutatást, egy kilencedikes témakör, a függvények témaköre lett a vizsgálat alapja.

Döntésünk fő okai:

- Kérdéses, hogy a végzősök milyen szinten emlékeznek a régi tananyagrészeire, illetve hogy mennyire sikerült azt az érettségi előtt felfrissíteniük
- e témakörben kevésbé vitatható a hibák csoportosítása
- a típushibák szemléletesen jól felismerhetők lesznek
- a megoldások olyan grafikonokat tartalmazhatnak, melyeket könnyű összehasonlítani.

- sok olyan típusfeladat van a témakörben, melyek megoldását rutinszerűen kellene tudni a tanulóknak
- tanári tapasztalat, hogy a diákok nagy része nem tudja eléggé ezt a témarészt az érettségien

A kutatás kezdetén tanácskoztam Tóth László mérési szakértővel, a Pedagógiai Szolgáltató és Kutató Központ kutatójával, ő volt külső segítőnk az előző négy tanévben is, a munkámban idén is végig tanácsokkal, javaslatokkal segített. Megvitattam vele az előző évi kutatás tapasztalatait, vázoltam az új terveket.

A kutatócsoport vezetőjeként több elméleti foglalkozást tartottam, az egyiken a tanulók függvénytan feladatmegoldásaival kapcsolatos tapasztalataimat mondtam el, a várható hibákat részletezve, ezeket pár konkrét feladat révén átbeszéltük, egy másikon pedig némi kutatómódszertani ismeretek mellett elmondtam, miket tartunk fontosnak én és a PSZK szakértője, Tóth László a kutatás folytatásához. Szó esett arról is, hogy mely szoftverek hogyan segítenek majd a munkánkban.

Idén is azt terveztük, hogy már megírt iskolai dolgozatok alapján a feladatmegoldásokban típushibákat figyeltünk meg, s ezeket jól kimutató feladatokat készítettünk.

Ezt a szakaszt a kutató diákok szinte teljesen önállóan valósították meg, több verziót megvitattak, átírtak. Elmondtam, hogy tanárként a témakörben vétett hibák okát főképp a függvény definíciójára és az ábrázolásra vonatkozó felületes tudásban látom. Ezt esetleg algebrai és koordináta-rendszerre vonatkozó ismeretek hiánya súlyosbíthatja. A kutató diákok ezeket a hiányosságokat egyértelműen kimutató feladatokat készítettek. Felhasználtuk az előző tanévi kutatások azon tapasztalatát, hogy a feladatsor állhat akár aránylag sok feladattól is, ha nem várjuk el az összes feladat megoldását. Szakértő külső segítőnk, Tóth László javaslatára már az előző tanévben is kipróbáltuk, hogy semmilyen módon nem különböztettük meg a nehezebb és a könnyebb feladatokat. Az idén is aránylag sok feladatot adtunk, nehezedő sorrendben, ezáltal a tanulók munkatempójáról, a tudásszintjéről és több más tényezőről is információt várhattunk. Ennek megfelelően a feladatsort megoldó tanulókkal közöltük a következőket:

- a tesztlapot a kutató diákok értékelik, név nélkül kell megírniuk
- az eszközhasználatot is fogjuk vizsgálni, a feladatlapra rá kell írni, használtak-e számológépet vagy függvénytablát
- bármelyik feladatot ki lehet hagyni
- nem várjuk, hogy az adott időben végigérjenek a teljes feladatsoron.

Adatgyűjtés, hibafajták

osztály: 9 Fiú / Lány Milyen segédeszközt használtál?
fv. tábla. számológép

Függvények – feladatlap

Az ábrán egy függvény grafikonját láthatod.

a) Húzd alá, ez melyik fajta függvény az alábbiak közül!

- lineáris függvény
- másodfokú függvény
- gyökös függvény
- abszolútértékes függvény
- fordított arányosság függvény

b) Írd fel a függvény hozzárendelési szabályát (egyetlen képletként)!

$y = \left(\frac{1}{2}x\right) - 4 \dots -2(x-3) + 4$

c) Elemezd a függvényt az alábbi szempontok szerint:

ÉT = $[1, 5]$ EK = $[-2, 4]$

Szigorúan monoton csökkenő rész: $]-\infty, 3]$

Szigorúan monoton növekvő rész: $]3, +\infty[$

Minimum helye: 4 Minimum értéke: \checkmark

Maximum helye: ∞ Maximum értéke: \checkmark

Zérushely (leolvasás): \checkmark

Iskolánkban a kilencedik és tizenkettedik osztályok órarendjében a nem szakszerűen helyettesített tanórákon terveztük megírni a feladatlapokat, de amikor a matematikatanárok ezt megtudták, felajánlották, hogy végzős csoportjaikban saját tanórájuk alatt megírják a feladatlapot. Végül sikerült az iskola végzős diákjainak nagy részével, több mint 90 tanulóval megírni a feladatsort. A kilencedikesek közül kevesebben írták meg, létszámuk 40 körüli. A megoldóknak feladatlapjaikra rá kellett írni osztályukat és a nemüket. (Az eddigi négy tanév kutatásai azt mutatták, hogy nincsen szignifikáns különbség a fiúk és lányok hibái között, de az idén mégis megpróbáltuk – idén ez hasznosnak bizonyult.

Adataink:

37 fő 9-edikes, 91 fő 12-edikes, 2 főről nincs adat

48 fiú, 80 lány, 2 főről nincs adat

127 használható (F-L, 9-12) tesztlap

A név nélkül adott feladatmegoldásokat a kutató diákok kóddal látták el, majd javítani kezdték azokat. A feladatsor megírásához középiskolánkban használatos függvénytáblázatot és számológépet használhattak a tanulók, ezeknek használatát is meg akartuk megfigyelni. Több diák nem hozta el a tanórára a számológépét, ők kölcsönbe kapott eszközökkel dolgozhattak. A feladatok megoldására 20-25 perc, azaz nagyjából egy kisdolgozatnak megfelelő idő állt rendelkezésre.

Ami ezután jött, az nem hagyományos tanári javítás volt, hanem a kutató diákok a hibákat megfigyelték, adminisztrálták, majd típusokba próbálták sorolni. Többségüket könnyű volt kategorizálni, ám akadtak olyan hibák is, melyek vitákat váltottak ki, némelyik hibának új

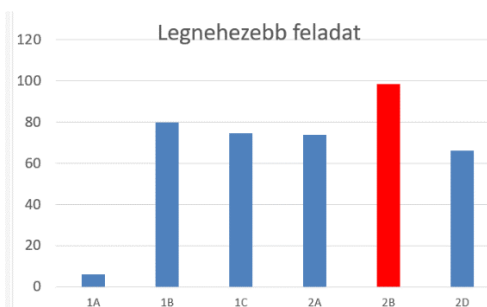
kategóriát kellett felvenni. A hibákat idén is kódokkal jelöltük. A kutatók az egyes tanulók különféle típusú hibáinak mennyiségéből egy táblázatot készítettek. E munkaszakasz azzal zárult, hogy a kijavított és kódszámmal ellátott dolgozatlapok be lettek digitalizálva (szkennelve) és egy internetről elérhető tárhelyen el lettek tárolva.

Hibakódok

- A** Nem ismeri fel a fv. típusát az ábra alapján
- B** Nem tudja a fv. szabályát felírni az ábra alapján
 - B1. Nem tudja a fv.transzformációkat
 - B2. Nem ismeri fel a nyújtásokat (pl.: -2-es szorzat)
 - B3. Tengelytévesztés (pl.: $-2|x-4|+3$)
- C** ÉT-t és az ÉK-et elhibázza
 - C1. Tengelytévesztés (pl.: $\text{ÉT}=[-\infty;4]$)
 - C2. Nem kezdett neki a feladatnak
- D** Elhibázza a fv. menetének jellemzését
 - D1. Tengelytévesztés (pl.: $\text{Szig.mon.csökk.}:[-\infty;4]$)
 - D2. Nem oldotta meg a feladatot
- E** Elhibázza a fv. szélsőértékeinek megadását
 - E1. Tengelytévesztés (pl.: max. helye: 4 ; ért.: 3)
 - E2. Úgy veszi véget ér a fv. (pl.: min. helye: 0 ; ért.: -2)
 - E3. Neki sem állt a feladat megoldásának
- F** Elhibázza a fv. zérushelyének megadását
- G** Nem tudja ábrázolni a fv.-t
 - G1. Nem veszi figyelembe az ÉT-t
 - G2. Tengelytévesztés
 - G3. Nem tudja a két konstans jelentését
 - G4. Nem lineáris fv.-t ábrázolt
 - G5. Nem oldotta meg a feladatot
- H** Nem tudta kitölteni az értéktáblázatot
 - H1. Hozzá sem fogott a táblázat kitöltéséhez
 - H2. Elhibázta a kitöltését
 - H3. Nem ismerte fel, hogy az $x=3$ nem eleme a fv.-nek
- I** Nem tudta kiszámolni a fv. zérushelyét
 - I1. El sem kezdte kiszámítani
 - I2. Elhibázta a számítást

Ezután a hibafajtákat és gyakoriságukat elemezték a csoport tagjai, ebben az Excel szoftver volt segítségükre.

Legnehezebb feladatnak a hibák száma alapján a 2. feladat b) része bizonyult, ez egy hiányos értéktáblázat kitöltése volt.

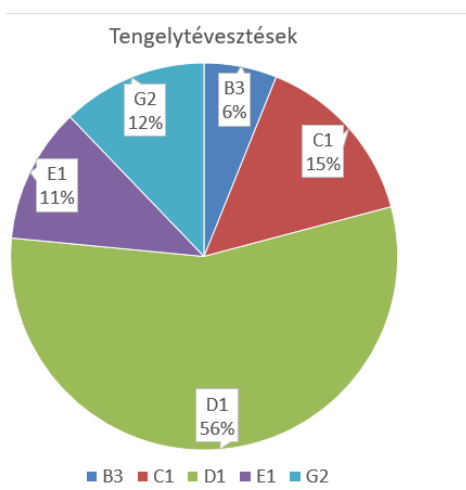


„Valóban elkövetett hibák” vizsgálata

Hibának vettük, hibakódot kapott az az eset, ha a tanuló üresen hagyta a feladatot, illetve egy feladaton belüli hibázást nyilvántartottunk egy gyűjtőkódnál is, mely a nagyobb feladat összes hibáit számolja össze. Az üresen hagyott részek és a duplán számolt hibák hibakódjait kivettük a végső vizsgálatból. Így a következő hibakódok maradtak: A, B1, B2, B3, C1, D1, E1, E2, F, G1, G2, G3, G4, H2, H3, I, I2. Az ezekre vonatkozó vizsgálatok árulnak el a legtöbbet a valódi hibákról.

A legtöbb ilyen hiba a B2, H2 és H3 volt, azaz a tanulók nem ismerték fel a nyújtást (azaz a függvény szabályában a -2 -es szorzót), hibázták a táblázat kitöltését és nem ismerték fel, hogy $x=3$ nem eleme az ÉT-nak.

Több feladatrészen is lehetett olyan hibát elkövetni, mely tengelytévesztésre vezethető vissza. Együttesen nézve azt látjuk, hogy az összes hibák 21 százaléka tengelytévesztés, ezek 56 százaléka a monotonitásnál volt.



Az egyes csoportok kétféle összehasonlítása

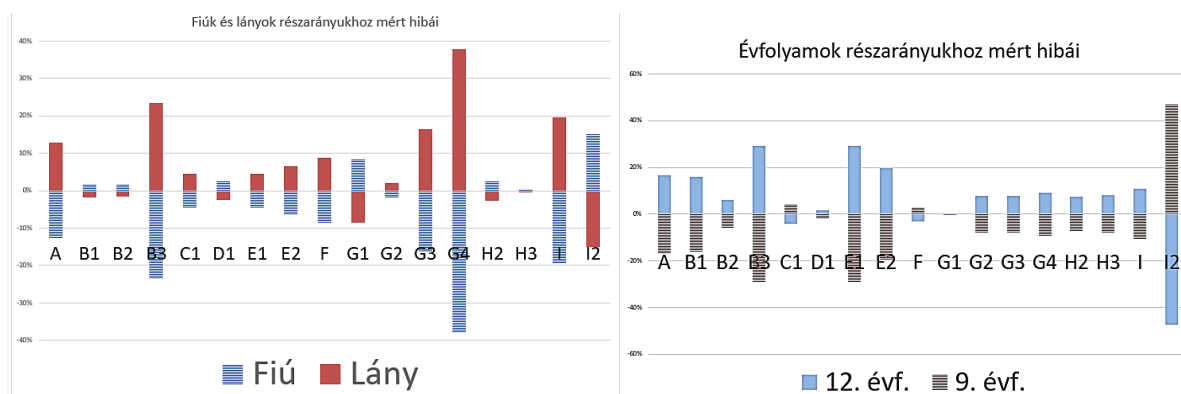
	9. osztályos	12. osztályos	Összesen
Lány	24 (19 %)	55 (43 %)	79 (62 %)
Fiú	13 (10%)	35 (28 %)	48 (38 %)
Összesen	37 (49%)	90 (71%)	127 (100 %)

A tanulócsoporthok (F-L, 9-12) összehasonlításánál **először** minden egyes hibafajta esetén a csoport hibáinak számát az összes ilyen hibák számához viszonyítottuk és megnéztük, hogy ez mennyire tér el az adott csoport létszámának az összes feladatmegoldó tanulóhoz való arányától. Az eltérést két arány különbségeként százalékban adtuk meg. Amelyik hiba esetén ez az eltérés pozitív, azt a hibát az adott csoport a tőle elvárt átlagnál gyakrabban elkövette, és minél nagyobb ez az eltérés, annál gyakoribb a hiba a tőlük elvárható hibamennyiségnél. Ezen eltérések alapján végzett megfigyelések:

- A 12. évfolyamos lányok a legkirívóbb hibázók, B3, G4, és I kódú hibafajtáknál, azaz tengelytévésztes az első függvénynél, lineáris helyett más függvényt ábrázolnak, illetve nem tudnak zérushelyet kiszámolni. Érdekes, hogy ők a legkevésbé hibázók is ugyanebben a feladatban, mégpedig ha a zérushelyre jól felírják az egyenletet, azt már a legügyesebben ők oldják meg.
- Ugyanezt az egyenletet a 9. évfolyamos lányok kirívóan rosszabbul oldják meg, mint a többi három csoport tanulói.

Az adatok kis száma miatt csak feltételezéseként mondhatjuk ezek alapján, hogy kilencedikben a lányok a zérushely kiszámolásának módját tudják jobban, de kevésbé tudják megoldani az egyenletet, míg végzősként többségben elfelejtik, hogy a zérushelyszámítás milyen egyenlettel lehetséges, míg egyenletmegoldási készségük tizenkettődikre sokkal jobb a többi három csoportnál.

- Az összes lányt együtt tekintve azt tapasztaljuk, hogy a fent már említett G4 és a B3 hibafajtáknál hibáznak kirívóan sokat a fiúkhoz képest.
- A két évfolyam összehasonlításánál az derült ki, hogy a kilencedikesek a zérushelyre felírt egyenletek megoldásában (I2) hibáznak, a tizenkettődikesek pedig a transzformációk leírásával és a szélsőérték tengelytévésztesével (B3 és E1) hibáznak kirívóan többet a másik évfolyamnál.



Második vizsgálatként az egyes csoportok átlagos hibáit vizsgáltuk. Ennek alapján ismét a H2 és H3 hiba lett a leggyakoribb, mégpedig a 12. évfolyamosok körében. A következő leggyakoribb hiba is a 12. évfolyamosok körében jelentkezik, ez a B1 kódú hiba, azaz a függvénytranszformációk nem tudása, keverése.

Fejlesztő segédletek

A következő célunk az volt, hogy a hibákhoz illeszkedő fejlesztő segédletek készüljenek. Emiatt újabb megbeszéléseket tartottunk, ahol az előző évek fejlesztő segédleteit néztük át. Formájukat megfelelőnek találtuk, a segédletek alapvető megjelenését és működését

változatlanul akartuk hagyni. Felfrissítettük azt a tudást, hogy a Power Point szoftvernek milyen szolgáltatásait hogyan lehet használni, hogyan lehet elágazásokat létrehozni és kezelni a diavetítésben. Ezután a vizsgálatoknak megfelelően készültek az interaktív Power Point segédletek, melyek matematikai feladatokat adnak fel a velük dolgozó tanulónak, s egyesével rákérdeznek a megoldás lépéseire. A segédanyag kérdéseket tesz fel, melyekre több (A, B, C és D) válaszlehetőséget ad, ezek közül kell kiválasztani a helyeset. Az egyetlen helyes válasz mellett levő hibás válaszokban az előzetesen megírt dolgozatok leggyakoribb hibái jelennek meg. Ha a segédlettel dolgozó tanuló hibás válaszlehetőséget választ egy kérdéshez, a számítógép automatikusan megmagyarázza, hogy mi a hiba a kiválasztott feleletben. (A fejlesztő segédletek diavetítési fájlként találhatóak a kutatást záró CD-n, de az interneten is elérhetők a *zsirp.uw.hu* lapon.)

Sajnos, az idén nem maradt idő a segédletek tesztelésére, de szeptemberben ezt pótolni szeretnénk. A kutató diákok egy feladatsort készítenek, ezek olyan feladatok lesznek, amelyekre a fejlesztő segédlet felkészít. A tesztben részt vevő tanulók papíron megoldanak ilyen feladatokat, utána egy laptop mellé ülnek és dolgoznak a fejlesztő segédletekkel, majd a papíron megoldanak újabb feladatokat (ezek hasonlóak az elsőkhöz). A másodikként írt feladatmegoldásoknál fejlődést várunk.

A PSzK-val kötött megállapodásunk lehetővé teszi, hogy igény szerint a megye matematikatanárai előtt is bemutatjuk a kutatást, erre az iskolaév vége miatt szeptemberben kerülhet sor, és a három évvel ezelőtti érdektelenségre való tekintettel igényfelmérés fogja megelőzni.

Kutatásunkról többféle stílusban írtam beszámolót, zurnalisztikus stílusú cikk jelenik meg munkánkról több internetes újságban, egy cikk az iskolai évkönyvben, ez a részletes szakmai cikk pedig iskolánk honlapján, a megyei matematika szaktanácsadó kommunikációs lapján, a saját honlapomon, valamint a PSzK honlapján jelenik meg.

2. Megjegyzések a kutatás kapcsán

Miért van szükség erre a kutatásra? A középiskolai matematikaoktatásban eddig négy kutatást végeztünk (*Másodfokú egyenletek* témaköre, *Hatvány, gyök, logaritmus*, valamint a *Trigonometrikus egyenletek* témaköre és az eszközhasználat hibáinak megfigyelése). Idén olyan témakürt választottunk, mely minden rendszeresen, akár több feladatban is szerepel érettségi vizsgán. Egyfelől tehát a függvénytani ismeretek és készségek fejlesztését céloztuk meg kutatásunkkal.

Másfelől sok idő veszik el a tizenkettedikes ismétlésénél, ha a tanár megfelelő szintre akarja hozni a tanulókat eszközhasználatból. Ezt a gondot is segíthet megoldani az olyan digitális segédlet, mely segít a hiányzó tudás megszerzésében, felfrissítésében.

Amikor a kutató diákok közösen dolgoztak, az együttműködéssel kapcsolatos kompetenciájuk fejlődött, a feladatkészítés pedig komplex rálátást igényelt a feladatsorban megjelenő tananyagrészekre. Hogy a tanulók másokkal meg akarnak tanítani valamit, ez a témához kapcsolódó attitűdjeikre is pozitív hatással van. A tanulók az iskolán belül a kilencedik és tizenkettedik osztályosokkal is kapcsolatot teremtettek, kutatásukkal az ő attitűdjüket is befolyásolták.

A kutatás folytatását diákcsoporttal és saját kutatásként is tervezem, ennek egyik célja lesz a kutatócsoportban született fejlesztések további tesztelése, illetve további hasonló segédletek készítése. Tapasztalat: a hibák megfigyelése mellett nagyobb szerepet kell kapnia annak is, hogy milyen feladatokat sikerül hibátlanul megoldani, illetve melyeken nem tudnak elindulni a feladatmegoldók.

3. Melléklet: táblázatok, grafikonok

Hibák mennyisége csoportonként

Kód	A	B1	B2	B3	C1	D1	E1	E2	F	G1	G2	G3	G4	H2	H3	I	I2	Létszám	
F12	2	18	19	1	5	18	3	10	6	15	4	3	0	24	23	1	4	35	28%
F9	0	3	5	0	0	7	0	0	3	4	1	0	0	6	6	1	5	13	10%
L12	5	28	28	6	5	27	6	19	15	14	7	8	4	34	37	8	0	55	43%
L9	1	4	9	0	5	10	0	3	7	8	2	3	1	10	10	1	8	24	19%
	8	53	61	7	15	62	9	32	31	41	14	14	5	74	76	11	17	127	

Hibaarány és létszámarány eltérése csoportonként

	A	B1	B2	B3	C1	D1	E1	E2	F	G1	G2	G3	G4	H2	H3	I	I2	
F12	-3%	6%	4%	13%	6%	1%	6%	4%	8%	9%	1%	-6%	28%	5%	3%	18%	-4%	-36%
F9	-10%	-5%	2%	10%	10%	1%	10%	10%	1%	0%	3%	10%	10%	2%	2%	-1%	19%	-68%
L12	19%	10%	3%	42%	10%	0%	23%	16%	5%	9%	7%	14%	37%	3%	5%	29%	43%	151%
L9	-6%	11%	4%	19%	14%	3%	19%	10%	4%	1%	5%	3%	1%	5%	6%	10%	28%	-47%
																		0%

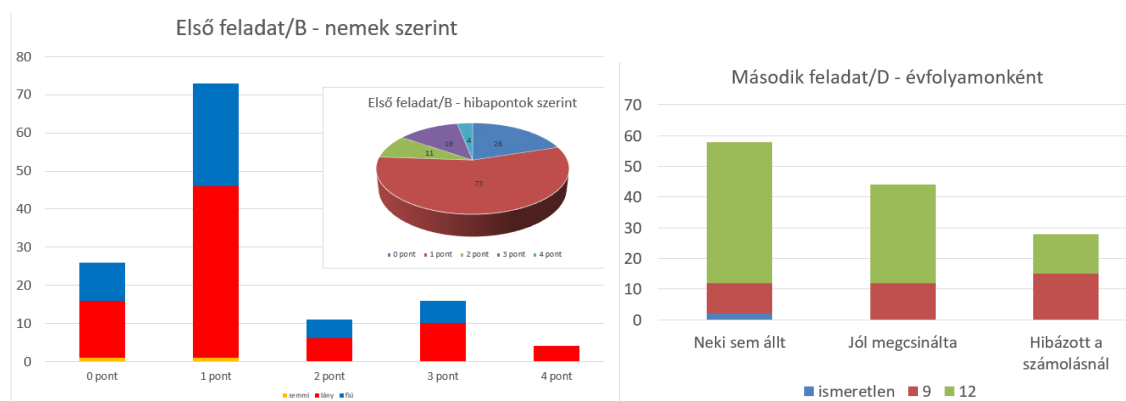
Hibaarány és létszámarány eltérése: fiú-lány

	A	B1	B2	B3	C1	D1	E1	E2	F	G1	G2	G3	G4	H2	H3	I	I2	
F	2	21	24	1	5	25	3	10	9	19	5	3	0	30	29	2	9	48
L	6	32	37	6	10	37	6	22	22	22	9	11	5	44	47	9	8	79
F	-13%	2%	2%	24%	-4%	3%	-4%	-7%	9%	9%	2%	16%	38%	3%	0%	20%	15%	104%
L	13%	-2%	2%	24%	4%	3%	4%	7%	9%	9%	2%	16%	38%	3%	0%	20%	15%	104%

Hibaarány és létszamarány eltérése évfolyamok közt

	A	B1	B2	B3	C1	D1	E1	E2	F	G1	G2	G3	G4	H2	H3	I	I2	
12	7	46	47	7	10	45	9	29	21	29	11	11	4	58	60	9	4	90
9	1	7	14	0	5	17	0	3	10	12	3	3	1	16	16	2	13	37
12	17%	16%	6%	29%	-4%	2%	29%	20%	3%	0%	8%	8%	9%	8%	8%	11%	47%	115%
9	-17%	16%	6%	29%	4%	2%	29%	20%	3%	0%	8%	-8%	-9%	8%	8%	11%	47%	115%

Grafikonok (két minta a kutatók által készített 19 grafikonból)



Zsiros Péter
kutatóvezető
matematika szakos tanár