



Kutatási beszámoló

az „Út a Tudományhoz” programon belül megvalósult UT-2016/2017-0013 számú
kutatásról

1. Elvégzett tevékenységek, eredmények

Iskolámban, a Premontrei Rendi Szent Norbert Gimnáziumban két tanéven át dolgozott az Út a Tudományhoz program keretében egy négy főből álló kutatócsoport, melynek matematika szakos tanárként én voltam a vezetője. A 2016/2017-es tanévben öt tizenegyedikes tanítványom vállalkozott közös kutatásra: Timár Anna Zorica, Skrapits Róbert Ágoston és Gazdag Mátyás 11.A osztályos, Kiss Cintia 11.B osztályos és Rojik Petra Rita 11.D osztályos diákok. Kutatásunkat a pályázat szerint a 2016/2017. tanévre kellett terveznünk. 2016 őszén nagy vonalakban megterveztük a kutatás tevékenységeit. Mivel tudtuk, hogy a pályázat elfogadásáról csak 2017 elején értesülünk, ezért tevékenységeinket úgy terveztük, hogy a legaktívabb munka tavasszal kezdődjön. Az ütemezés jónak bizonyult, a kutatás közben kapott eredmények hoztak ugyan apró változásokat, de tervezett tevékenységeink mindegyikét megvalósítottuk valamilyen formában – erre számítottunk az előző évi kutatások alapján. Egyik legutolsó tevékenységünkre, a kész segédletek kipróbálására jutott csak a tervezettnél kevesebb idő.

Tizenegyedik és tizenkettedik osztályosokra terveztük a kutatást, hosszas mérlegelés után kiválasztottuk a *Trigonometrikus egyenletek* témakört. Arra számítottunk, hogy a második félévben kezdjük a feladatsor megírását, addigra már a tizenegyedikes diákok túlhaladnak a tananyagrészen.

Döntésünk fő okai:

- a témakörében egységesebbek a feladatok, algebrai jellegű tudást igényelnek.
- a témakörben kevésbé vitatható lesz a hibák csoportosítása
- több olyan típushiba is lehetséges, mely jól felismerhető
- a megoldáshoz nem tartoznak ábrák vagy elméleti jellegű szöveges részek, melyeket nehéz lenne összehasonlítani.

- sok olyan típusfeladat van a témakörben, melyek megoldását rutinszerűen kellene tudni a tanulóknak
- tanári tapasztalat, hogy a diákok nagy része tart ettől a témarésztől az érettségig

A kutatás kezdetén tanácskoztam Tóth Lászlóval, a Pedagógiai Szolgáltató és Kutató Központ pedagógiai szakértőjével, megvitattam vele az előző évi kutatás tapasztalatait, munkámban tanácsokkal, javaslatokkal segített.

A kutatócsoport vezetőjeként több elméleti foglalkozást tartottam, az egyiken a *Trigonometrikus egyenletek* témakört mutattam be tanári szemmel, a várható hibákat részletezve, egy másikon pedig kutatómódszertani ismeretek mellett elmondtam, hogy milyen javaslatokat tett a PSzK szakértője, Tóth László a kutatás folytatásához. Egy újabb alkalommal bemutattam a két előző tanévi kutatást, részleteztem az akkori célokat, terveket, a



problémákat. Szó esett arról is, hogy mely szoftverek hogyan segítenek majd a munkánkban, bemutattam az előző években készült segítő szoftvereket.

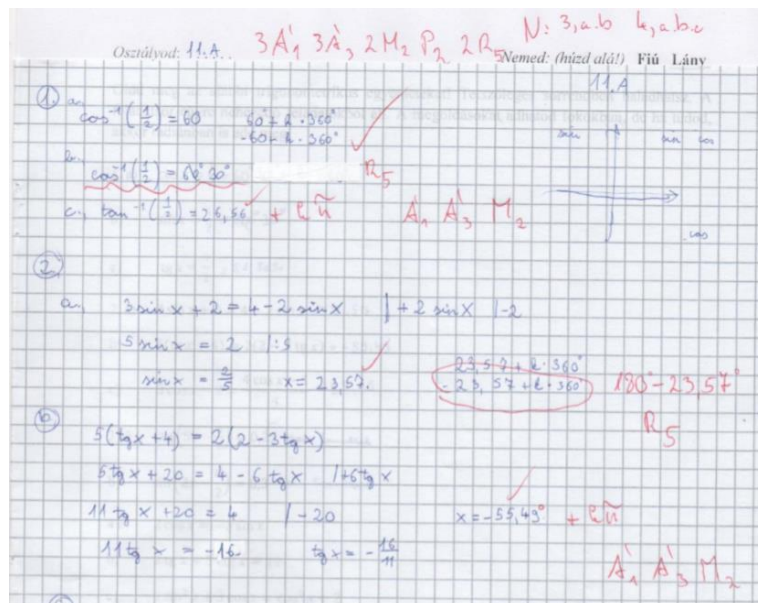
Idén is azt terveztük, hogy már megírt iskolai dolgozatok alapján a feladatmegoldásokban típushibákat figyeltünk meg, s ezeket jól kimutató feladatokat készítünk.

Ezt a szakaszt a kutató diákok szinte teljesen önállóan valósították meg, több verziót megvitattak, átírtak. Elmondtam, hogy tanárként a korábbi dolgozatok hibáinak okát főképp a trigonometria tananyag felületes elméleti tudásában és a számológép rossz használatában látom. A kutató diákok ezeket a hiányosságokat egyértelműen kimutató feladatokat készítettek. Felhasználtuk az előző tanévi kutatás azon tapasztalatát, hogy a feladatsor állhat akár aránylag sok feladatból is, ha nem várjuk el az összes feladat megoldását. Szakértő külső segítők, Tóth László javaslatára az előző tanévben kipróbáltuk, hogy semmilyen módon nem különböztettük meg a nehezebb és a könnyebb feladatokat. Az idén kísérletként sok feladatot adtunk, és nehezedő sorrendben adtuk a feladatokat, ezáltal a tanulók munkatempójáról, a tudásszintjéről és több más tényezőről is információt várhattunk. Ennek megfelelően a feladatsort megoldó tanulókkal közöltük a következőket:

- a feladatok egyre nehezednek
- bármelyik feladatot ki lehet hagyni
- nem várjuk, hogy az adott időben végigérjenek a teljes feladatsoron.

Iskolánkban előkészítettük a feladatsorok megoldását, a tizenegyedik és tizenkettedik osztályok órarendjében a nem szakszerűen helyettesített tanórákon írtuk meg a feladatlapokat, egy matematikatanár pedig tizenegyedikes csoportjával saját tanórája alatt íratta a feladatlapot. Végül sikerült a nyolc osztályból 66 lánnyal és 26 fiúval – összesen 92 tanulóval – megírni a feladatsort.

A név nélkül adott feladatmegoldásokat a kutató diákok kóddal látták el, majd javítani kezdték azokat. Külső szakértőnk javaslatára a megoldásokra ez évben is ráírtuk, hogy a megoldó fiú



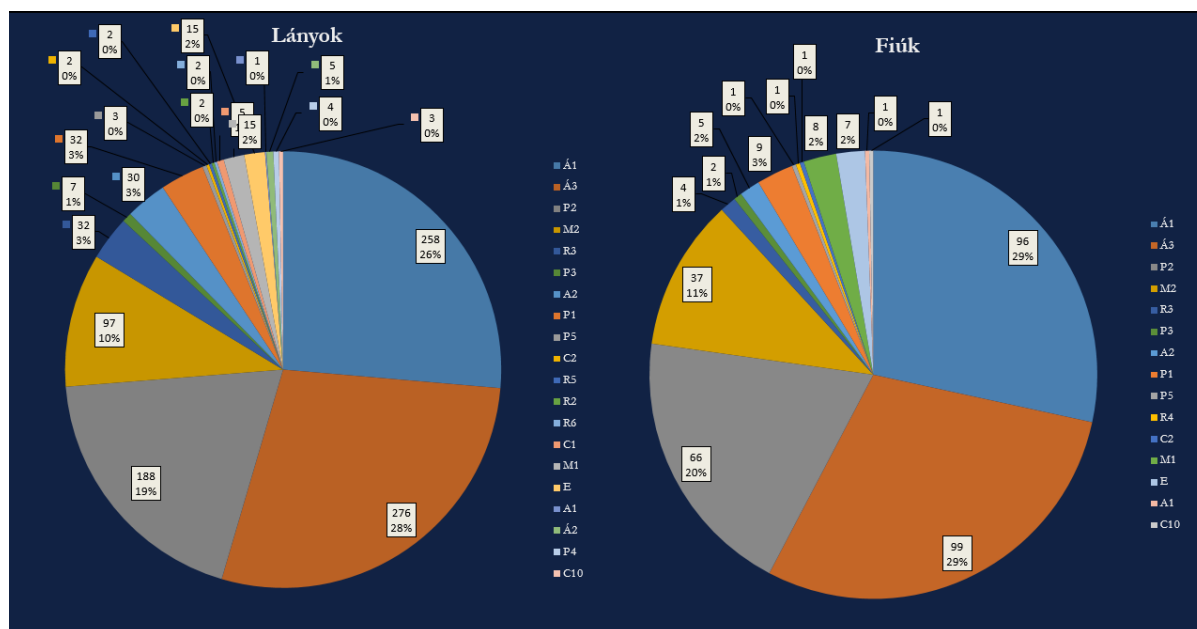
vagy lány, felírtuk továbbá azt is, hogy melyik évfolyamra jár. A feladatsor megírásához egy kis papiroson egy általunk készített segédletet is igénybe vehettek a feladatmegoldók, a középiskolákban használatos függvénytáblázat trigonometrikus képletei álltak rajta. Terveink szerint azoknak a tanulóknak adtuk volna belőle, akik jelzik, hogy erre szükségük lenne a feladatmegoldáshoz, de végül minden feladatmegoldó kérte és használta ezt a segédletet. A feladatok megoldására 40 perc, azaz nagyjából egy témazáró dolgozatnak megfelelő idő állt rendelkezésre.

Végül 92 tanuló dolgozatát értékelhettük. Ez nem hagyományos tanári javítás volt, hanem a kutató diákok a hibákat megfigyelték, adminisztrálták, majd típusokba próbálták sorolni. Többségüket könnyű volt kategorizálni, ám akadtak olyan hibák is, melyek vitákat váltottak ki, némelyik hibának új kategóriát kellett felvenni. Olyan sokféle hiba volt, hogy a hibákat kódokkal kezdtük jelölni. A kutatók az egyes tanulók különféle típusú hibáinak mennyiségéből egy táblázatot készítettek. E munkaszakasz azzal zárult, hogy a kijavított és kódszámmal ellátott dolgozatlapok be lettek digitalizálva (szkennelve) és egy internetről elérhető tárhelyen el lettek tárolva.

C1	<i>sinx=30° szögfüggvény értéke helyett szöget ír</i>
C2	<i>rosszul vált át radiánba</i>
C3	<i>egy esetet több esetre ír fel (nem hiba)</i>
C4	<i>egyenletben csak az egyik oldalon végez műveletet</i>
C5	<i>rossz visszakeresés (rosszul üti be a számológépbe)</i>

R1	$\pi \text{ rad} = 3,14\dots$ -ként kezeli
R2	törttekkel való számolás hibája
R3	olyan átalakítás amit nem tud folytatni (zsákutca)
R4	tg; ctg keverése
R5	sin; cos keverése
R6	elemi algebrai hiba
P1	számológépen visszakeresésnél nem üt $\sin \alpha^\circ$-t
P2	nincs második eset sin, cos -nál
P3	egyszerű algebrai hiba
P4	előjelhiba
P5	szögfüggvények argumentumát szorzótényezőnek tekint: $\text{ctg} \left(5x - \frac{\pi}{2} \right) \quad \frac{1}{\text{tg}} \left(5x - \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow$
M1	tagonként sin, cos, tg
M2	nincs kikötés
A1	íráskép miatt értelmetlen
A2	bebonyolítja de nem hibázik
A1	nincs periódus
A2	rossz periódus
A3	nincs $k \in \mathbb{Z}$
E	egyéb

Ezután a hibafajtákat és gyakoriságukat elemezték a csoport tagjai, ebben az Excel szoftver volt segítségükre. A hibák statisztikai mutatóit kiszámították külön a lányok és a fiúk esetében. A fiúk és a lányok hibái nagyjából azonos összetételűek.



A négy leggyakoribb hibatípus a fiúk és lányok dolgozatainál ugyanaz volt. A következő cél az volt, hogy a hibákhoz illeszkedő fejlesztő feladatok készüljenek.

Emiatt újabb megbeszéléseket tartottunk, ahol az előző évi fejlesztő segédleteket néztük át. Tavaly ezeket megfelelőnek találtuk, emiatt a segédletek külső megjelenését és működését változatlanul akartuk hagyni. Felfrissítettük azt a tudást, hogy a Power Point szoftvernek milyen szolgáltatásait hogyan lehet használni, hogyan lehet elágazásokat létrehozni és kezelni a diavetítésben. Ezután a vizsgálatoknak megfelelően a négy hibatípusra készült interaktív Power Point segédlet, melyek

Válaszd ki a helyes megoldást!

$\cos x = \frac{1}{2}$

$x = ?$

A I. $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$
II. $x = -60^\circ + k \cdot 360^\circ$

B I. $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$
II. $x = 120^\circ + k \cdot 360^\circ$

C I. $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$

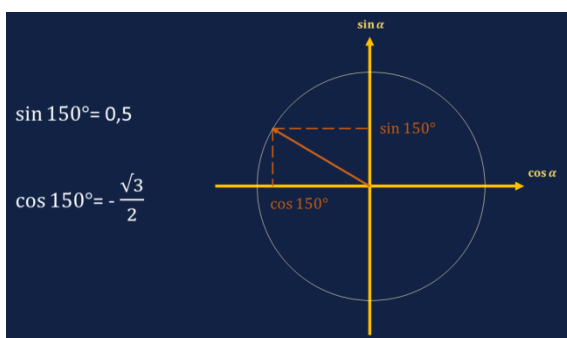
D I. $x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ$
II. $x = -60^\circ + k \cdot 180^\circ$

$(k \in \mathbb{Z})$

Nem tudom

matematikai feladatokat adnak fel a velük dolgozó tanulónak, s egyesével rákérdeznak a megoldás lépéseire. A segédanyag olyan kérdéseket tesznek fel, melyekre több (A, B, C és D) válaszlehetőséget adnak, ezek közül kell kiválasztani a helyeset. Az egyetlen helyes válasz mellett levő hibás válaszokban az előzetesen megírt dolgozatok leggyakoribb hibái jelennek meg. Ha a segédlettel dolgozó tanuló hibás válaszlehetőséget választ egy kérdéshez, a számítógép automatikusan megmagyarázza, hogy mi a hiba a kiválasztott feleletben.

Több feladatmegoldó teljes tájékoztatatlanságot mutatott a kiterjesztett értelmezési tartományú szögfüggvények elméletében – el sem kezdte a feladatot, vagy a számológép által



adott eredményt sem tudta értelmezni. Emiatt olyan segédlet is készült, amely csak magyaráz, animációval mutatja be a 0° és 360° közötti szögek esetében a sinus és cosinus értékek változását.

A tavaly elkészült anyagokhoz képest néhány módosítás történt, több ötletet kipróbáltunk, de meghagytuk az akkor kikísérletezett végleges struktúrát, és az egyik legfontosabb ötletet, azt, hogy a feleletválasztós kérdések alatt a „Nem tudom” válaszlehetőséget is szerepeltettük. A „Nem tudom” lehetőséggel ki akartuk zárni, hogy a segédlettel dolgozó tanuló elkedvetlenedjen, ha olyan kérdést kap, amit nem ért teljesen. Ilyen esetben a számítógép rögtön magyarázni kezdi, mit kell tennie, hogy elvégezze a kérdéses

matematikai lépést. (A két fejlesztő segédlet diavetítési fájlként található a kutatást záró CD-n.)

A tavalyihoz hasonlóan kevés idő maradt a tesztelésre, de ezt két vállalkozó tizenegyedikes diákkal meg tudtuk oldani. A kutató diákok trigonometrikus egyenleteket készítettek, ezek olyan feladatok voltak, amelyekre a fejlesztő segédlet felkészít. Mindegyik tizenegyedikes tanuló papíron megoldott két ilyen feladatot, utána egy laptop mellé ült és dolgozott a fejlesztő segédlettel, majd papíron megoldott másik két feladatot (ezek hasonlóak voltak az elsőhöz). A tapasztalatok alapján a másodikként írt feladatmegoldásnál mindegyik tanuló esetén fejlődés mutatkozott. A második feladatmegoldásban mindkettőjüknél több helyes lépés van, mint az elsőben. Második megoldásaik ennek ellenére nem hibátlanok – nyilván a kiválasztott diákoknak nagyobb hiányosságaik is vannak a témakörben.

A kis számú tesztadat miatt nem lehet ugyan megalapozott kijelentést tenni, de nyilvánvalóan biztató a két pozitív teszteredmény.

Kutatásunkról előadást tartottunk iskolánkban néhány érdeklődő tanuló és tanár előtt. Az előadás során bemutattuk tevékenységeinket elmondtuk ezek okait, céljait, eredményeit. Az érdeklődő tanárok –nem csak matematika szakosok voltak jelen– az előadás végén több kérdésükre válasz kaptak.

A PSzK-val kötött megállapodás szerint igény szerint a megye matematikatanárai előtt is bemutatjuk a kutatást, erre az iskolaév vége miatt szeptemberben kerülhet sor, és a tavalyi érdektelenségre való tekintettel igényfelmérés fogja megelőzni.

Kutatásunkról többféle stílusban írtam beszámolót, zurnalisztikus stílusú cikk jelenik meg munkánkról több internetes újságban, egy cikk az iskolai évkönyvben, ez a részletes szakmai cikk pedig a megyei matematikatanárok kommunikációs lapján, valamint a PSzK honlapján jelenik meg.

2. Megjegyzések a kutatás kapcsán

Miért van szükség erre a kutatásra? A középiskolai matematikaoktatásban a tizenegyedikes tananyag a legnehezebb. Ennek jól körülhatárolt része a *Trigonometrikus egyenletek* témakör. A diákok maguk mondják, hogy ez a témakör nem nehéz annak, aki a lényegét megérti, aki egy-két fogást elsajátít. Egyfelől ezeket a tananyagrészt oktatásához szükséges fogásokat, ezt a megértetést céloztuk meg kutatásunkkal.

Másfelől sok idő veszik el e témakör tizenkettedikes ismétlésénél, ha a tanár megfelelő szintre akarja hozni a tanulókat az előző évi tananyagrészből. Ezt a gondot is segít megoldani egy olyan digitális segédlet, mely segít a hiányzó tudás megszerzésében, felfrissítésében.

Amikor a kutató diákok közösen dolgoztak, az együttműködéssel kapcsolatos kompetenciájuk fejlődött, a feladatkészítés pedig egész komplex rálátást igényelt a tananyagra. Hogy a tanulók másokkal meg akarnak tanítani valamit, ez a témához kapcsolódó attitűdökre is pozitív hatással van. A tanulók az iskolán belül a tizenegyedik, tizenkettedik osztályosokkal is kapcsolatot teremtettek, kutatásukkal az ő attitűdjüket is befolyásolták.

A kutatás folytatását diákcsoporttal és saját kutatásként is tervezem, ennek egyik célja lesz a kutatócsoportban született fejlesztések további tesztelése, illetve további hasonló segédletek készítése. Tapasztalat: a hibák megfigyelése mellett nagyobb szerepet kell kapnia annak is, hogy milyen feladatokat sikerül hibátlanul megoldani, illetve melyeken nem tudnak elindulni a feladatmegoldók.

Zsiros Péter
kutatásvezető
matematika szakos tanár