



## Kutatási beszámoló

az „Út a Tudományhoz” programon belül megvalósult UT-2015/2016-0001 számú  
tanulói kutatásról

### 1. Elvégzett tevékenységek, eredmények

Az Út a Tudományhoz program indulásakor iskolánkban, a Premontrei Rendi Szent Norbert Gimnáziumban újrászerveztük az előző évben alakított kutatócsoportot, melyet én vezettem (Zsiros Péter, matematika szakos tanár). Négy tanítványom újra vállalkozott a közös kutatásra: Ongai Erik, Mucsi Dániel László és Takács Valentin 13.D osztályos diákok, Galambos Mihály 12.A osztályos tanuló. Kutatásunkat a pályázat szerint a 2015/2016. tanévre kellett terveznünk. 2015 őszén nagy vonalakban megterveztük a kutatás tevékenységeit. Mivel a pályázat elfogadásáról csak januárban értesültünk, ezért tervezett tevékenységeinket átütemezni kényszerültünk. Az átütemezés és a kutatás közben kapott eredmények is hoztak apró változásokat, de tervezett tevékenységeink mindegyikét megvalósítottuk valamilyen formában – erre számítottunk az előző évi kutatás alapján.

A tizenegyedik és tizenkettedik osztályosokra terveztük a kutatást, ezúttal előre kiválasztottuk a *Hatvány, gyök, logaritmus* témakört. Arra számítottunk, hogy januárban kezdjük a tényleges munkát, addigra már a tizenegyedikes diákok túlhaladnak a tananyagrészen.

Döntésünk fő okai:

- a témakörében egységesebbek a feladatok, algebrai jellegű tudást igényelnek.
- e témakörben kevésbé vitatható lesz a hibák csoportosítása
- az egyenletmegoldást a legtöbb diák el tudja kezdeni, míg a geometriai vagy függvénytani feladatok esetén hiányzó alapismeretekkel esetleg bele sem fognak
- a megoldáshoz nem tartoznak ábrák vagy elméleti jellegű szöveges részek, melyeket nehéz lenne összehasonlítani.
- több olyan típusfeladat van a témakörben, melyek megoldását rutinszerűen kellene tudni a tanulóknak

A kutatás kezdetén tanácskoztam Tóth Lászlóval, a Pedagógiai Szolgáltató és Kutató Központ pedagógiai szakértőjével, megvitattam vele az előző évi kutatás tapasztalatait, munkámban tanácsokkal, javaslatokkal segített.



A kutatócsoport vezetőjeként két elméleti foglalkozást tartottam, az egyikben a *Hatvány, gyök, logaritmus* témakört mutattam be tanári szemmel, a várható hibákat részletezve, a másikon kutatómódszertani ismeretek mellett elmondtam, hogy milyen javaslatokat tett a PSzK szakértője, Tóth László a kutatás folytatásához. Szó esett arról is, hogy mely szoftverek hogyan segítenek majd a munkánkban.

Azt terveztük, hogy már megírt iskolai dolgozatok alapján a feladatmegoldásokban típushibákat figyeltünk meg, s ezeket jól kimutató feladatokat készítünk. Ezt a szakaszt a kutató diákok szinte teljesen önállóan valósították meg, több verziót megvitattak, átírtak. Elmondtam, hogy tanárként én az egyenletrendezés, az azonosságok alkalmazása és a kilencedikes algebrai tananyag tudása terén tapasztaltam a legtöbb hiányosságot. A kutató diákok ezeket a hiányosságokat jól kimutató feladatokat készítettek. Tavaly attól tartottunk, hogy a nehéz feladatokba a gyengébbek bele sem kezdenek, a könnyebbeket pedig a jó tudású tanulók hibák nélkül oldják meg. Emiatt tavaly három különböző nehézségi szintű feladatsor közül választhattak a diáktársak, de idén elvetettük ezt az ötletet, mivel nem váltotta be a hozzá fűzött reményeket – tavaly szinte mindenki a legkönnyebb példasort választotta. Az idei kutatásnál mindenkinek azonos példasort kellett megoldania, ebben voltak könnyebb és nehezebb feladatok is. Szakértő külső segítőnk, Tóth László javaslatára semmilyen módon nem különböztettük meg a nehezebb és a könnyebb feladatokat, még azzal sem, hogy nehezedő sorrendben adtuk volna a feladatokat.

Iskolánkban előkészítettük a feladatsorok megoldását, a tizenegyedik és tizenkettedik osztályok órarendjében a nem szakszerűen helyettesített tanórákon írtuk meg a feladatlapokat, két matematikatanár pedig végzős csoportjával saját tanórája alatt íratta a feladatlapot. Ők a témakör ismétléseként a feladatlapot közösen is végigoldották, megbeszélték. Végül sikerült a nyolc osztályból 30 lánnyal és 17 fiúval – összesen 47 tanulóval – megírni a feladatsort.

LÓ16

PREMONTREI RENDI  
SZENT NORBERT GIMNÁZIUM  
9760 Szombathely, Széchenyi u. 2.

1)  $\frac{a^{56} \cdot b^{45}}{ab^{20}} = \frac{ab^{104}}{ab^{20}} = ab^{84}$  *szorzóval osztás nem lehetne egyszerűsíteni*

2)  $a^6 \cdot b^{-5} = a^6 \cdot b^{\frac{1}{5}} = a^6 b^{\frac{6}{5}} = ab^{\frac{6}{5}}$  *szorzóval osztás*

3)  $\frac{\sqrt[3]{a^5} \sqrt{b^3}}{\sqrt[4]{ab}} = \frac{\sqrt[3]{a \cdot b^{15}}}{(ab)^{\frac{1}{4}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{5}{2}}}{(ab)^{\frac{1}{4}}} = \frac{ab^{\frac{45}{4}}}{(ab)^{\frac{1}{4}}}$  *először a számlálóban a hatványokat összeadjuk, majd a nevezőben a hatványokat kivonjuk, a hatványokat egyszerűsítjük, a hatványokat összeadjuk, majd a hatványokat egyszerűsítjük.*

4)  $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

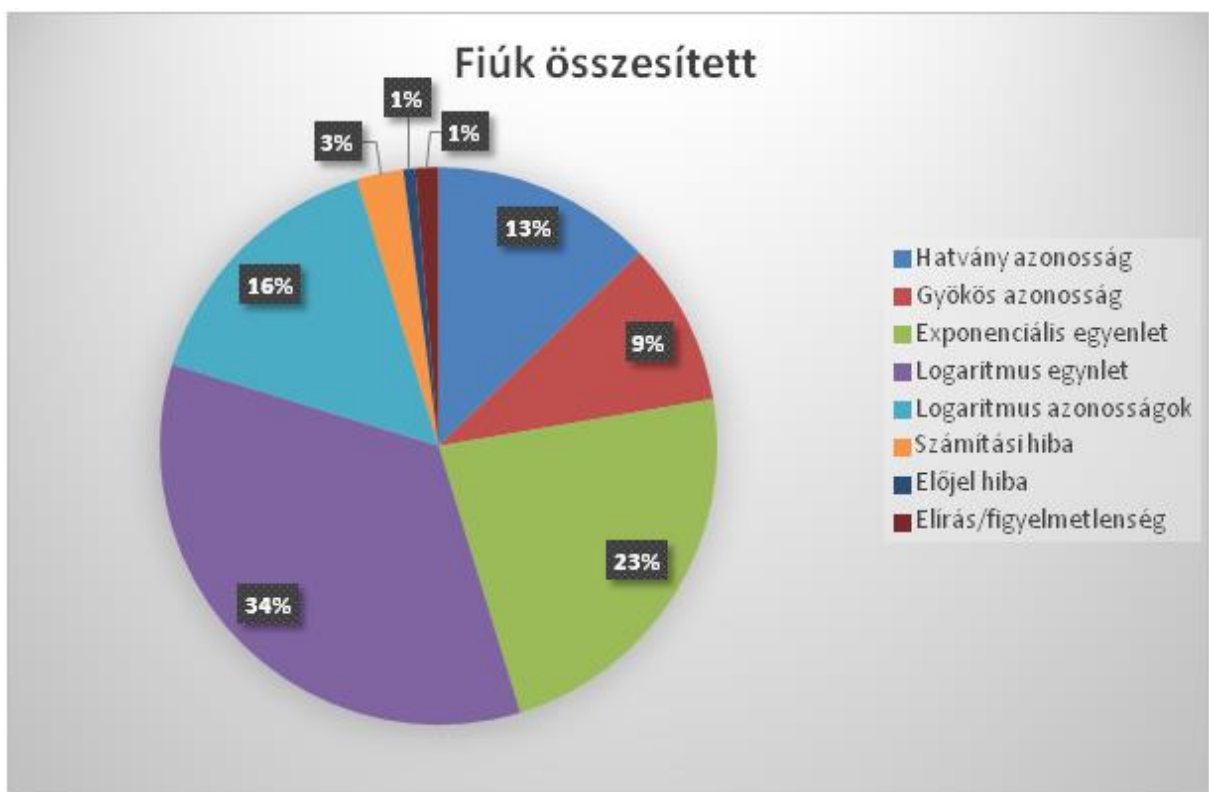
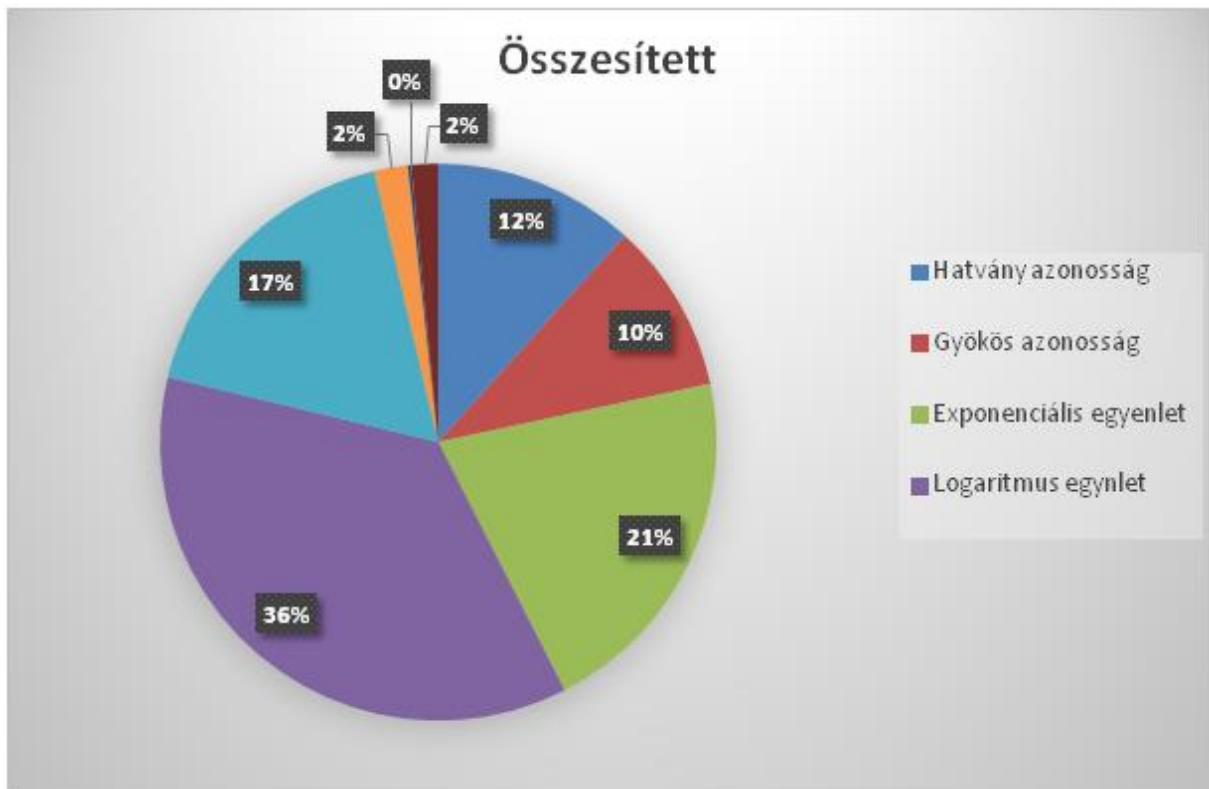
$2^x = \frac{1}{25} \Rightarrow 2^{-x} = 5^{-2}$  *felismerés*

$2^x = \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{3}{4}} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$  *egyszerűsítés*

A név nélkül adott feladatmegoldásokat kóddal láttuk el, majd a kutató diákok javítani kezdték azokat. Tóth Lászlónak, a PSZK szakértőjének javaslatára a megoldásokra ráírtattuk, hogy a megoldó fiú vagy lány. Ezután kezdődött a javítás. Ez nem hagyományos tanári javítás volt, hanem a kutató diákok a hibákat megfigyelték, adminisztrálták, majd típusokba próbálták sorolni. Többségüket könnyű volt kategorizálni, ám akadtak olyan hibák is, melyek vitákat váltottak ki, némelyik hibának új kategóriát kellett felvenni. A vitákat azzal zárták le, hogy végül – ahogy az előző évben is – Galambos Mihályra bízta a vitás hibák tipizálását, így a tipizálás egységes logika alapján történt – még ha nem mindenki értett is egyet egymásik besorolással. A kutatók az egyes tanulók különféle típusú hibáinak mennyiségéből egy táblázatot készítettek. E munkaszakasz azzal zárult, hogy a kijavított és kódszámmal ellátott dolgozatlapok be lettek digitalizálva (szkennelve) és egy internetről elérhető tárhelyen el lettek tárolva.

Ezután a hibafajtákat és gyakoriságukat elemezték a csoport tagjai, ebben az Excel szoftver volt segítségükre. A hibák statisztikai mutatóit kiszámították külön a lányok és a fiúk esetében. A fiúk és a lányok hibái nagyjából azonos összetételűek. A diákok megfogalmazásában: „A lányok között leggyakoribb hibatípusnak az számít, hogy tulajdonképpen nem tudnak megoldani logaritmusos egyenletet, nem tudják hogyan álljanak

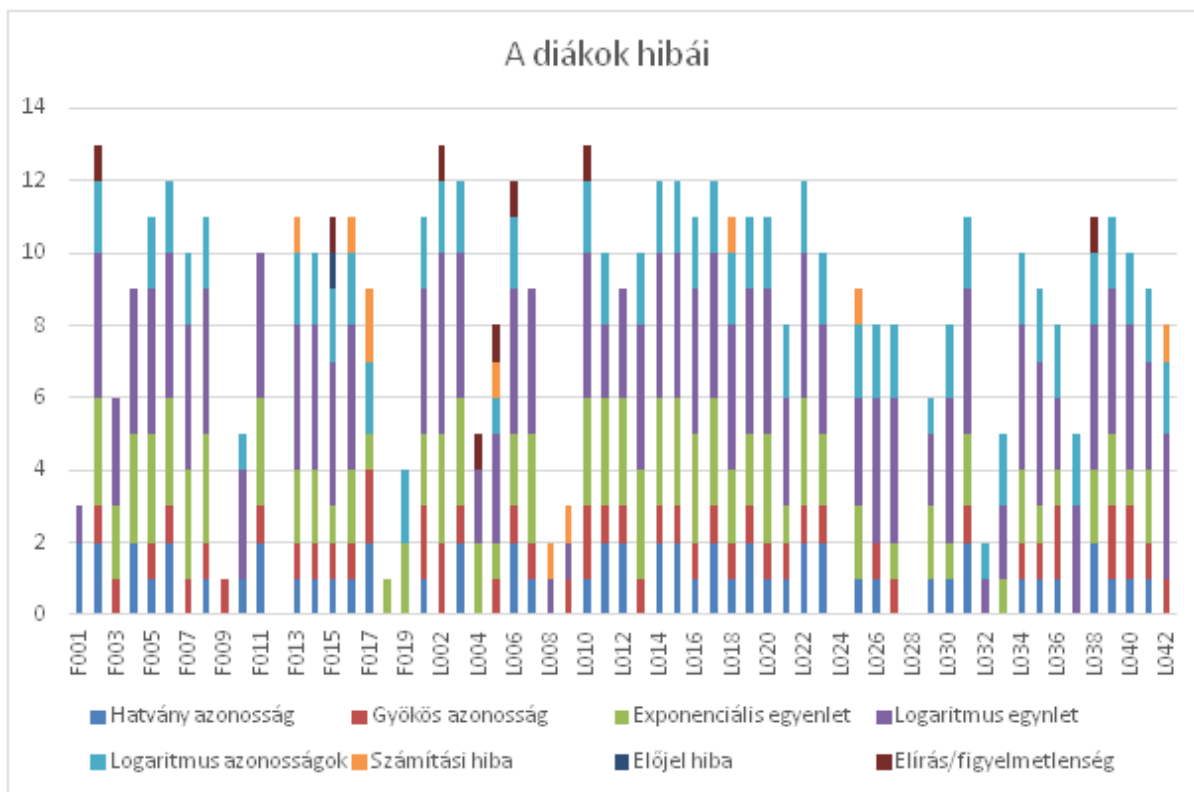
neki, de az alapokat jó páran már értik. A fiúknál is ez a hibatípus győzött, még nagyobb aránnyal, hibáik 35%-ban a logaritmus egyenletbeli hiányosságára vezethetők vissza.”





A két leggyakoribb hibatípus a fiúk és lányok dolgozatainál ugyanaz volt, szerettünk volna ezekhez a hibákhoz illeszkedő fejlesztő segédleteket készíteni. A következő cél az volt, hogy a hibákhoz illeszkedő fejlesztő feladatok készüljenek. Emiatt újabb megbeszélést tartottunk, ahol az előző évi fejlesztő segédleteket néztük át. Tavaly ezeket megfelelőnek találtuk, a segédletek külső megjelenését és működését változatlanul akartuk hagyni. Felfrissítettük azt a tudást, hogy a Power Point szoftvernek milyen szolgáltatásait hogyan lehet használni, hogyan lehet elágazásokat létrehozni és kezelni a diavetítésben.





Ezután már jól ment a munka, a kiosztott feladatoknak megfelelően két hibatípusra készült interaktív Power Point segédlet, melyek matematikai feladatokat adnak fel a velük dolgozó tanulónak, s egyesével rákérdeznek a megoldás lépéseire. A segédanyagok olyan kérdéseket tesznek fel, melyekre több (A, B, C és D) válaszlehetőséget adnak, ezek közül kell kiválasztani a helyeset. Az egyetlen helyes válasz mellett levő hibás válaszokban az előzetesen megírt dolgozatok leggyakoribb hibái jelennek meg. Ha a segédlettel dolgozó tanuló hibás válaszlehetőséget választ egy kérdéshez, a számítógép automatikusan megmagyarázza, hogy mi a hiba a kiválasztott feleletben.

A tavaly elkészült anyagok sok apró módosításon mentek át, sok ötletet kipróbáltunk, így meghagytuk az akkor kikísérletezett végleges struktúrát. Egyik legfontosabb ötletünk az volt, hogy a feleletválasztós kérdések alatt a „Nem tudom” és az „Egyik sem” válaszlehetőséget is szerepeltettük. A „Nem tudom” lehetőséggel ki akartuk zárni, hogy a segédlettel dolgozó tanuló elkedvetlenedjen, ha olyan kérdést kap, amit nem ért teljesen. Ilyen esetben a számítógép rögtön magyarázni kezdi, mit kell tennie, hogy elvégezze a kérdéses matematikai lépést. Hogy a tanuló valóban a helyes válaszra jut, nem csak a megoldás egy részét tudja, azt biztosítja az „Egyik sem” válaszlehetőség. Előfordul ugyanis, hogy egy megadott válasz sem helyes. Ilyenkor a képernyőn „Jó döntés!” felirat jelenik meg, majd megismétlődik az előző kérdés újabb választási lehetőségekkel – ezúttal a helyes válasz is szerepel a lehetőségek között. (A két fejlesztő feladat diavetítési fájlként található a kutatást záró CD-n.)

## Tipp

Ilyen esetben érdemes gyanakodni, hogy a feladat visszavezet valamilyen azonosságra, ezért bontsd prímtényezőz alakra!

Az exponenciális egyenletnél érdemes azonos alapra hozással próbálkozni, ha ez lehetséges. Ekkor azonos alapú hatványok azonosságaival dolgozhatunk.

15625	5	$15625 = 5^8$
3125	5	
625	5	
125	5	
25	5	
5	5	
1		

$$5^{5x} \cdot 25^{-x} = 15625 \quad \longrightarrow \quad 5^{5x} \cdot 5^{-2x} = 5^8$$

$$25^{-x} = 5^{-4x}$$

VISSZA

A tavalyihoz hasonlóan kevés idő maradt a tesztelésre, de ezt hat vállalkozó tizenegyedikes diákkal meg tudtuk oldani. A kutató diákok két exponenciális egyenlet készítettek, ezek olyan feladatok voltak, amelyekre a fejlesztő segédlet felkészít. Mindegyik tizenegyedikes tanuló papíron megoldott egy ilyen feladatot, utána egy laptop mellé ült és dolgozott a fejlesztő segédlettel, majd papíron megoldotta a másik feladatot (ez hasonló volt az elsőhöz). A tapasztalatok alapján a másodikként írt feladatmegoldásnál mindegyik tanuló esetén fejlődés mutatkozott. Ez persze nem azt jelenti, hogy a diákok először nem tudták megoldani a feladatot, utána pedig igen. Ez csak két diák esetében történt így.

A többiek második feladatmegoldása kevesebb hibát tartalmazott, mint az első. Egyiküknek mindkétszer sikerült a feladatát megoldania, de az első megoldása kusza, firkás volt, míg a második áttekinthető, javítás nélküli. Egy diák van, aki elsőre elindulni sem tudott, második megoldásában elindult ugyan, de hibás lépéssel. Két diák esetében az első megoldásuk egy hibát követően félbemaradt, a második egy helyes lépés után maradt félbe. Nyilván az utóbbi három diáknak nagyobb hiányosságaik vannak a témakörben.

A kis számú tesztadat miatt nem lehet ugyan megalapozott kijelentést tenni, de nyilvánvalóan biztató a hat pozitív teszteredmény.

Kutatásunkról előadást tartottunk iskolánkban néhány érdeklődő tanuló előtt. Az előadás rövid volt, a hallgatóság főként a négy kutató diák ismerőseiből állt. Bemutattuk tevékenységeinket elmondtuk ezek okait, céljait, eredményeit.

Iskolánk igazgatója lehetőséget adott arra, hogy szeptember elején az iskola tanárai előtt is bemutassuk a kutatást – a rendezvényre érdeklődő diákokat is várunk.

A PSzK-val kötött megállapodás szerint igény szerint a megye matematikatanárai előtt is bemutatjuk a kutatást, erre az iskolaév vége miatt szeptemberben kerül sor, és a tavalyi érdektelenségre való tekintettel igényfelmérés fogja megelőzni.

Kutatásunkról többféle stílusban írtam beszámolót, zszurnalisztikus stílusú cikk jelenik meg munkánkról több internetes újságban és a facebookon, egy cikk az iskolai évkönyvben, ez a részletes szakmai cikk pedig a megyei matematikatanárok kommunikációs lapján, valamint a PSzK honlapján jelenik meg.

## 2. Megjegyzések a kutatás kapcsán

Miért van szükség erre a kutatásra? A matematikaoktatásban a tizenegyedik tananyag a legnehezebb. Ennek jó körülhatárolt része a *Hatvány, gyök, logaritmus* témakör. A diákok maguk mondják, hogy ez a témakör nem nehéz annak, aki a lényegét megérti, aki egy-két fogást elsajátít. Egyfelől ezeket a tananyagrészt oktatásához szükséges fogásokat, ezt a megértetést céloztuk meg kutatásunkkal.

Másfelől sok idő veszik el e témakör tizenkettedikes ismétlésénél, ha a tanár megfelelő szintre akarja hozni a tanulókat az előző évi tananyagrészből. Ezt a gondot is segít megoldani egy olyan digitális segédlet, mely segít a hiányzó tudás megszerzésében, felfrissítésében.

Amikor a diákok közösen dolgoznak, az együttműködéssel kapcsolatos kompetenciájuk fejlődik, a feladatkészítés pedig egész komplex rálátást igényel a tananyagra. Hogy a tanulók másokkal meg akarnak tanítani valamit, ez a témához kapcsolódó attitűdökre is pozitív hatással van. A tanulók az iskolán belül a tizenegyedik, tizenkettedik osztályosokkal is kapcsolatot teremtettek, kutatásukkal az ő attitűdjüket is befolyásolták.

A kutatás folytatását nem csoportban, hanem saját kutatásként tervezem, ennek egyik célja lesz a kutatócsoportban született fejlesztések további tesztelése, illetve további hasonló segédletek készítése. Tapasztalat: a hibák megfigyelése mellett nagyobb szerepet kell kapnia annak is, hogy milyen feladatokat sikerül megoldani, illetve melyeken nem tudnak elindulni a feladatmegoldók.

Zsiros Péter  
kutatásvezető